الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
المسالك الدولية – خيار فرنسية
الدورة العادية 2018
-الموضوع-

NS30F

ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ
ⴷ ⵓⵙⵎⵓⵜⵜⴳ ⴰⵣⵣⵓⵍⴰⵏ
ⴷ ⵓⴰⵙⵍⵎⴷ ⴰⵏⴰⴼⵍⵍⴰ ⴷ ⵓⵏⴰⴷⵉ ⴰⵎⴰⵙⵙⴰⵏ

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني
والتعليم العالي والبحث العلمي

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

4	مدة الإنجاز	الفيزياء والكيمياء	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم الرياضية : " أ" و " ب" – خيار فرنسية	الشعبة أو المسلك

L'usage de la calculatrice scientifique non programmable est autorisé.

Le sujet comporte 4 exercices : un exercice de chimie et trois exercices de physique.

Chimie (7 points):

- Réaction de l'eau avec un acide et avec un ester,

- Electrolyse de l'eau.

Physique (13 points):

❖ Exercice 1 : Les transformations nucléaires (3,25 points)

- Radioactivité α du radium,

-Mouvement d'une particule α dans un champ magnétique uniforme.

❖ Exercice 2 : L'électricité (5 points)

- Réponse d'un dipôle RC à un échelon de tension,

- Réponse d'un dipôle RL à un échelon de tension,

- Oscillateur RLC en régime forcé.

❖ Exercice 3 : La mécanique (4,75 points)

- Mouvement d'un corps solide dans l'air et dans un liquide,

- Mouvement d'un pendule élastique.

Chimie (7 points)

L'eau est une espèce chimique dont le rôle est primordial en chimie des solutions aqueuses. Dans cet exercice on étudiera :

-une solution aqueuse d'un acide,

- l'hydrolyse d'un ester,

- l'électrolyse de l'eau.

1-Etude d'une solution aqueuse d'un acide HA:

On prépare une solution aqueuse S_A d'acide 2-méthylpropanoique, noté HA, de volume V et de concentration molaire $C=10^{-2}\ mol.L^{-1}$. On désigne par A^- la base conjuguée de HA .

La mesure du pH de S_A donne $pH=3,44$.

0,25 **1-1**-Ecrire l'équation chimique modélisant la réaction de l'acide HA avec l'eau.

0,75 **1-2**-Calculer le taux d'avancement final de la réaction et déduire l'espèce chimique prédominante du couple $HA_{(aq)}/A^-_{(aq)}$.

0,75 **1-3** -Trouver l'expression du pK_A du couple $HA_{(aq)}/A^-_{(aq)}$ en fonction de C et de pH. Vérifier que $pK_A \approx 4,86$.

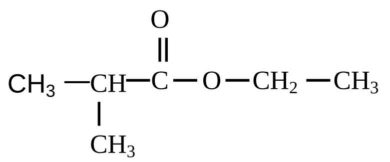
1-4- On prend un volume $V_A=20\,mL$ de la solution aqueuse S_A auquel on ajoute progressivement un volume V_B d'une solution aqueuse (S_B) d'hydroxyde de sodium $Na^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)}$ de concentration molaire $C_B=C$ avec $V_B<20\,mL$.

0,5 **1-4-1**-Ecrire l'équation modélisant la réaction chimique qui se produit (cette réaction est considérée totale).

0,5 **1-4-2**-Trouver la valeur du volume V_B de la solution (S_B) ajouté lorsque le pH du mélange réactionnel prend la valeur $pH=5,50$.

2- Hydrolyse d'un ester :

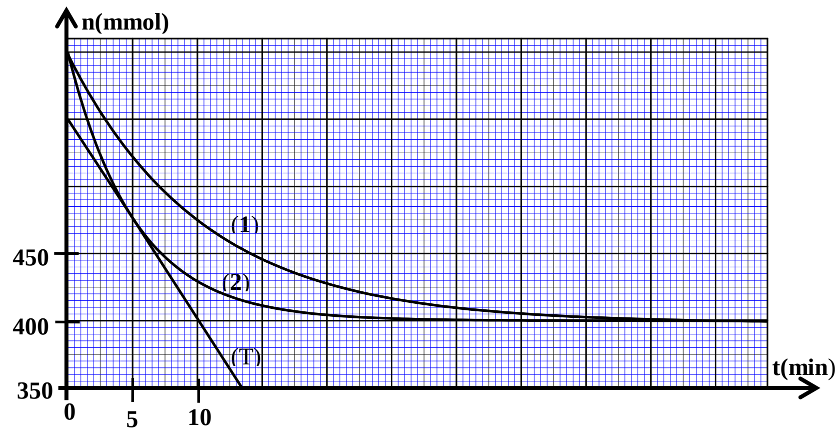
Le 2-méthylpropanoate d'éthyle de formule semi-développée



est un ester à odeur de fraise. L'hydrolyse de cet ester ,noté E , conduit à la formation d'un acide et d'un alcool.

On réalise deux mélanges équimolaires de l'ester E et d'eau. Le volume de chaque mélange est V_0 .

Les courbes (1) et (2) de la figure ci-contre représentent l'évolution au cours du temps, de la quantité de matière de l'ester E à une même température θ . L'une des deux courbes est obtenue en réalisant cette hydrolyse sans catalyseur.



0,5 **2-1-** Ecrire, en utilisant les formules semi-développées, l'équation modélisant la réaction qui se produit.

0,75 **2-2-** Déterminer graphiquement le temps de demi- réaction dans le cas de la transformation correspondant à la courbe (1).

0,5 **2-3-**Indiquer, en justifiant la réponse, la courbe correspondant à la réaction d'hydrolyse sans catalyseur.

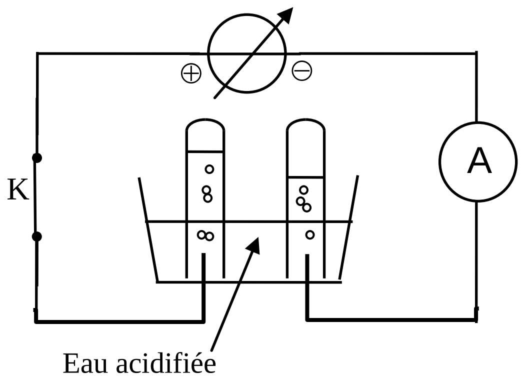
0,75 **2-4-** En utilisant la courbe (2), déterminer en $mol.L^{-1}.min^{-1}$ la vitesse volumique de réaction à l'instant $t_1 = 5\,min$ ((T) représente la tangente à la courbe (2) au point d'abscisse t_1).On prend le volume du mélange réactionnel $V_0 = 71\ mL$.

3- Electrolyse de l'eau :

On introduit un volume d'eau acidifiée dans un électrolyseur. On surmonte chaque électrode en graphite d'un tube à essai, rempli d'eau, destiné à récupérer le gaz formé, puis on réalise le montage représenté sur le schéma ci-dessous.
Après la fermeture de l'interrupteur K, on ajuste l'intensité du courant électrique sur la valeur $I = 0,2\,A$. On prend cet instant comme origine des dates ($t = 0$).

Données :-Les couples Ox/Red qui participent à l'électrolyse sont : $O_{2(g)} / H_2O_{(\ell)}$ et $H^+_{(aq)} / H_{2(g)}$;

- Volume molaire dans les conditions de l'expérience : $V_m = 24\,L.mol^{-1}$;
- $N_A = 6,02.10^{23}\,mol^{-1}$; $e = 1,6.10^{-19}\,C$.



0,5 **3-1**- Parmi les affirmations suivantes combien y en a t-il d'exactes ?

a- L'anode est l'électrode liée au pôle positif du générateur.
b- Une transformation forcée s'effectue dans le sens inverse d'une transformation spontanée.
c- Au cours du fonctionnement d'un électrolyseur, il se produit une réduction à l'anode.
d- Le courant électrique sort de l'électrolyseur par la cathode.

0,5 **3-2**- Ecrire l'équation de la réaction qui se produit au niveau de l'anode.

0,75 **3-3-**Trouver l'expression du volume de dioxygène formé à un instant t, en fonction de I, V_m, N_A ,e et t. Calculer sa valeur à l'instant $t = 8\,min$.

Physique (13 points)

Exercice 1 : Transformations nucléaires(3,25 points)

On se propose dans cet exercice d'étudier la radioactivité α du radium ainsi que le mouvement d'une particule α dans un champ magnétique uniforme.

1- C'est en 1898 que Marie et Pierre Curie annoncèrent la découverte de deux éléments radioactifs : le polonium et le radium. Le radium ${}^{226}_{88}Ra$ qui se transforme en radon ${}^{222}_{86}Rn$, est considéré comme

l'un des exemples historiques de la radioactivité α . L'activité d'un échantillon radioactif était alors calculée par rapport au radium considéré comme étalon. Elle fut exprimée en curie (Ci) pendant des années, avant d'utiliser le Becquerel(Bq) comme unité.
Le curie (1Ci) est l'activité d'un échantillon d'un gramme (1g) de radium 226.

Données :

-Masse molaire du radium : $M = 226\,g.mol^{-1}$; Constante d'Avogadro : $N_A = 6{,}02.10^{23}\,mol^{-1}$;

-Energie de liaison du noyau de radium : $E_\ell({}^{226}_{88}Ra) = 1{,}7311.10^3\,MeV$;

-Energie de liaison du noyau de radon : $E_\ell({}^{222}_{86}Rn) = 1{,}7074.10^3\,MeV$;

-Energie de liaison du noyau de l'hélium : $E_\ell({}^{4}_{2}He) = 28{,}4\,MeV$;

-Constante radioactive du radium : $\lambda = 1{,}4.10^{-11}\,s^{-1}$; 1an= 365,25 jours ;

0,25 **1-1-**Donner la définition de l'énergie de liaison d'un noyau.

0,5 **1-2-**Choisir la proposition juste parmi les propositions suivantes :

a- Le radium et le radon sont deux isotopes.

b- Le noyau du radium est constitué de 88 neutrons et de 138 protons.

c- Après une durée égale à $3t_{1/2}$ ($t_{1/2}$ demi-vie du radium), il reste 12,5% des noyaux initiaux.

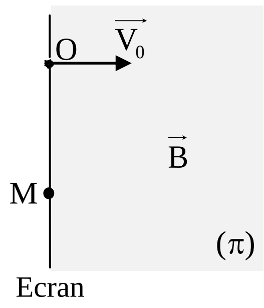
d- La relation entre la demie-vie et la constante radioactive est : $t_{1/2} = \lambda.\ln 2$.

0,5 **1-3-**Montrer que $1Ci \approx 3{,}73.10^{10}\,Bq$.

0,5 **1-4-**Quelle serait, en Becquerel (Bq), en Juin 2018,l'activité d'un échantillon de masse 1g de radium dont l'activité en Juin 1898 était de 1Ci .

0,5 **1-5-**Calculer, en MeV, l'énergie $|\Delta E|$ produite par la désintégration d'un noyau de radium.

2-La particule α émise arrive au trou O avec une vitesse horizontale $\vec{V_0}$ et pénètre dans une zone où règne un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme, perpendiculaire au plan vertical (π), d'intensité $B = 1{,}5\,T$. Cette particule dévie et heurte un écran au point M (voir schéma ci-contre).



L'intensité du poids de la particule α , de charge $q = +2e$,est négligeable devant celle de la force de Lorentz qui s'exerce sur celle-ci.

0,5 **2-1-**Par application de la deuxième loi de Newton, déterminer la nature du mouvement de la particule α dans la zone où règne le champ $\vec{B}$.

0,5 **2-2-**Exprimer la distance OM en fonction de $m(\alpha)$, e , B et V_0 . Calculer sa valeur.

On donne : - Masse de la particule α : $m(\alpha) = 6{,}6447.10^{-27}\,kg$.
- $V_0 = 1{,}5.10^7\,m.s^{-1}$; $e = 1{,}6.10^{-19}\,C$.

<u>Exercice 2 : Electricité (5 points)</u>

Cet exercice se propose d'étudier :
- la réponse d'un dipôle RC à un échelon de tension ;
- la réponse d'un dipôle RL à un échelon de tension ;
- la résonance en intensité d'un circuit RLC série.

I-Réponse d'un dipôle RC à un échelon de tension

On réalise le montage représenté sur le schéma de la figure1. Ce montage comporte :

- un générateur de tension G de force électromotrice E ;
- un conducteur ohmique de résistance $R = 2\,k\Omega$;
- un condensateur de capacité C initialement déchargé ;
- un interrupteur K .

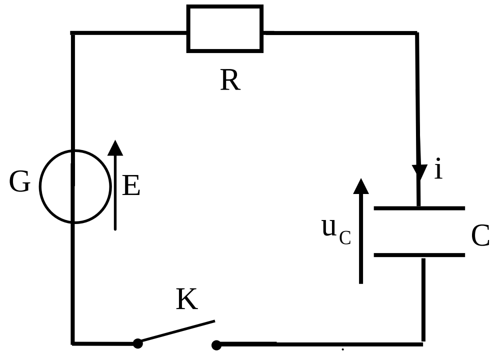


Figure 1

A l'instant t=0 on ferme K. On note u_C la tension aux bornes du condensateur.

La courbe de la figure2 représente les variations de $\frac{du_C}{dt}$ en fonction de u_C .

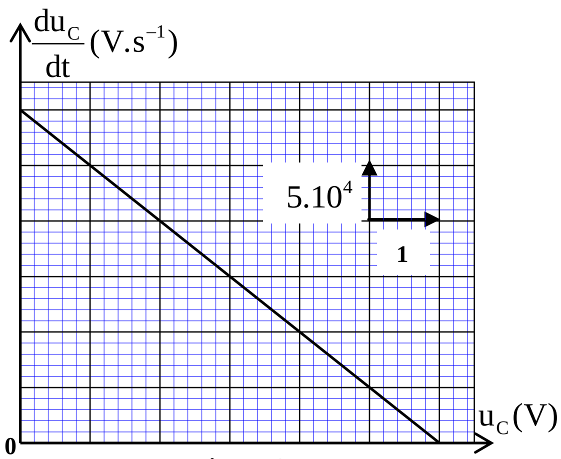


Figure 2

0,25 **1-** Etablir l'équation différentielle vérifiée par u_C.

0,5 **2-** Déterminer la valeur de E et vérifier que $C = 10\,nF$.

0,25 **3-** On définit le rendement énergétique de la charge du condensateur par $\rho = \frac{E_e}{E_g}$ avec E_e l'énergie emmagasinée par le condensateur jusqu'au régime permanent et $E_g = C.E^2$ l'énergie fournie par le générateur G.

Déterminer la valeur de ρ.

II- Réponse d'un dipôle RL à un échelon de tension

On réalise le montage, représenté sur le schéma de la figure 3, comportant :

- un générateur de f.e.m. $E = 6\,V$;
- deux conducteurs ohmiques de résistance R_1 et $R_2 = 2\,k\Omega$;
- une bobine (b) d'inductance L et de résistance $r = 20\,\Omega$;
- un interrupteur K ;
- une diode D idéale de tension seuil $u_S = 0$.

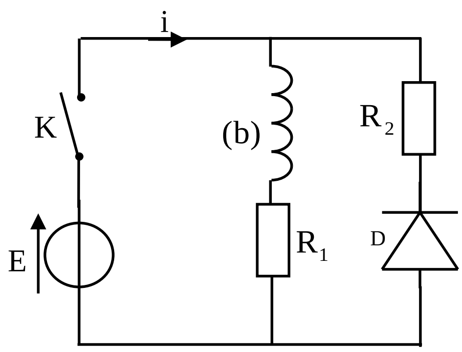


Figure 3

1- On ferme l'interrupteur K à l'instant de date $t = 0$. Un système d'acquisition informatisé adéquat permet de tracer la courbe représentant l'évolution de l'intensité du courant i(t) dans le circuit (figure 4) .La droite (T) représente la tangente à la courbe à $t = 0$.

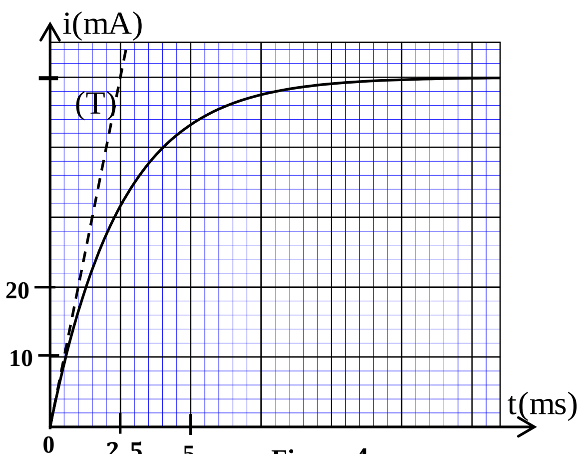


Figure 4

0,25 **1-1-**Etablir l'équation différentielle vérifiée par i(t).

0,5 **1-2-**Déterminer la valeur de la résistance R_1 et vérifier que la valeur de l'inductance de la bobine est $L = 0,3\,H$.

0,5 **1-3-**Lorsque le régime permanent est établi, calculer la tension aux bornes de la bobine.

2-Le régime permanent étant atteint, on ouvre K. On prend l'instant d'ouverture de K comme nouvelle origine des dates($t=0$).

0,5 **2-1-** Quelle est la valeur de l'intensité du courant juste après l'ouverture de K ? justifier la réponse.

0,75 **2-2-**En se basant sur l'équation différentielle vérifiée par i(t) lors de la rupture du courant**,** déterminer à l'instant $t=0$, la valeur de $\frac{di(t)}{dt}$ et celle de la tension aux bornes de la bobine.

0,25 **3-** Justifier le rôle de la branche du circuit formé par la diode et le conducteur ohmique de résistance R_2 dans le circuit au moment de l'ouverture de l'interrupteur K .

III- Oscillateur RLC en régime forcé

On réalise un circuit RLC série comprenant :

-un générateur délivrant une tension alternative sinusoïdale $u(t)$ de tension efficace constante et de fréquence N réglable ;

-un conducteur ohmique de résistance $R_3=1980\,\Omega$;

- la bobine (b) précédente ;
- un condensateur de capacité C_1.

L'étude expérimentale a permis de tracer la courbe représentant les variations de l'impédance Z du dipôle RLC en fonction de la fréquence N (figure 5).

On prendra : $\sqrt{2}=1,4$ et $\pi^2=10$.

0,25 **1-** Déterminer la fréquence de résonance.

0,5 **2-** Calculer la capacité C_1 du condensateur.

0,5 **3-** On note I_0 la valeur maximale de l'intensité efficace I du courant dans le circuit. Pour $I=\frac{I_0}{\sqrt{2}}$, trouver la relation entre l'impédance Z du circuit , R_3 et r .

Déduire graphiquement la largeur de la bande passante à -3dB.

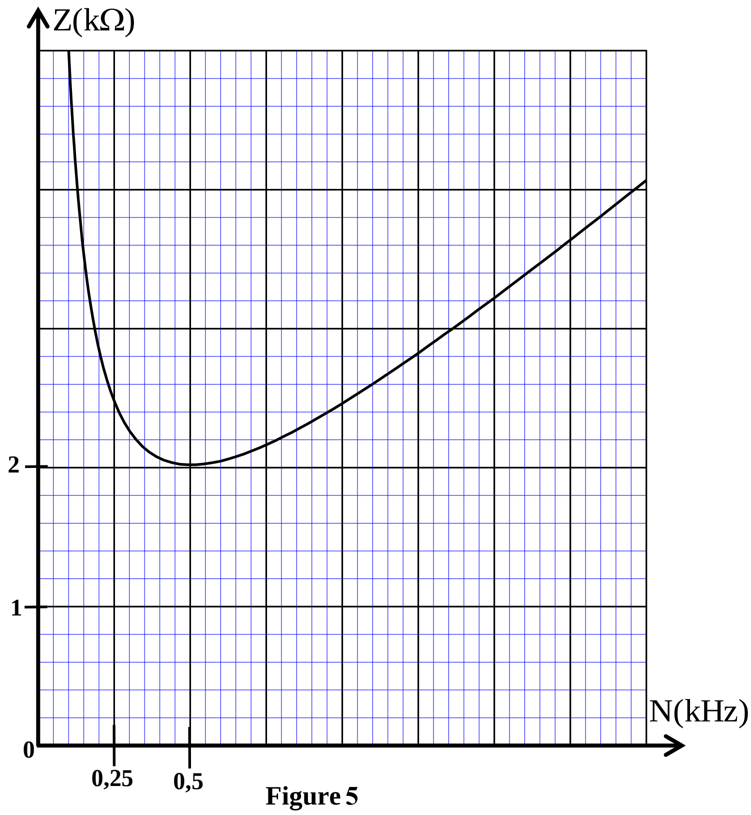


Figure 5

Exercice 3 : Mécanique (4,75 points)

Les deux parties I et II sont indépendantes

Partie I :Etude du mouvement d'un corps solide dans l'air et dans un liquide

On trouve dans les piscines des plongeoirs à partir desquels chutent les baigneurs pour plonger dans l'eau.

Dans cette partie de l'exercice, on étudiera le mouvement d'un baigneur dans l'air et dans l'eau.

On modélise le baigneur par un corps solide (S) de masse m et de centre d'inertie G .

On étudie le mouvement du centre G dans un repère $R(O,\vec{k})$ lié à un référentiel terrestre supposé galiléen(figure1).

Données : $m=80\,kg$; intensité de la pesanteur **:** $g=10\,m.s^{-2}$. On prend $\sqrt{2}=1,4$.

1- Etude du mouvement du centre G dans l'air

A l'instant de date t_0, pris comme origine des dates $(t_0=0)$, le baigneur se laisse chuter sans vitesse initiale d'un plongeoir. On considère qu'il est en chute libre durant son mouvement dans l'air. A la date t_0 le centre d'inertie G coïncide avec l'origine O du repère $R(O,\vec{k})$ $(z_G=0)$ et est situé à une hauteur $h=10\,m$ au dessus de la surface de l'eau(figure 1).

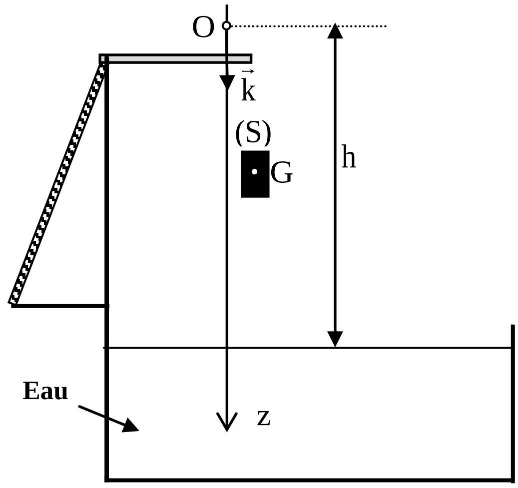


Figure 1

0,25 **1-1-**Etablir l'équation différentielle régissant la vitesse v_z du centre d'inertie G .

0,5 **1-2** -Déterminer le temps de chute t_c de G dans l'air puis en déduire sa vitesse v_e d'entrée dans l'eau.

2- Etude du mouvement vertical du centre d'inertie G dans l'eau

Le baigneur arrive avec la vitesse $\overrightarrow{v_e}$, de direction verticale, à l'entrée dans l'eau. Lorsqu'il est dans l'eau, il suit une trajectoire verticale où il est soumis à l'action de:

- son poids $\vec{P}$,

-la force de frottement fluide : $\vec{f}=-\lambda.\vec{v}$ où λ est le coefficient de frottement fluide($\lambda=250\,kg.s^{-1}$) et $\vec{v}$ le vecteur vitesse de G à un instant t ,

-la poussée d'Archimède : $\vec{F}=-\frac{m}{d}.\vec{g}$ où g est l'intensité de la pesanteur et $d=0,9$ la densité du baigneur.

On considère l'instant d'entrée de (S) dans l'eau comme nouvelle origine des dates($t=0$).

0,5 **2-1-**Etablir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse v_z de G . On posera $\tau=\frac{m}{\lambda}$.

0,5 **2-2-** Déduire l'expression de la vitesse limite $v_{\ell z}$ en fonction de τ, g , et d .Calculer sa valeur.

0,5 **2-3-** La solution de l'équation différentielle est $v_z(t)=A+Be^{-\frac{t}{\tau}}$, où A et B sont des constantes . Exprimer A en fonction de $v_{\ell z}$ et B en fonction de $v_{\ell z}$ et v_e .

0,25 **2-4-**Déterminer l'instant t_r auquel le mouvement du baigneur change de sens.(Le baigneur n'atteint pas le fond de la piscine).

Partie II : Etude du mouvement d'un pendule élastique

Le pendule élastique étudié est constitué d'un solide (S), de masse m et de centre d'inertie G , attaché à l'extrémité d'un ressort à spires non jointives, de masse négligeable, de longueur à vide ℓ_0

et de raideur K. L'autre extrémité du ressort est fixée à un support fixe au point P.

Le solide (S) peut glisser sans frottement sur une tige (T) inclinée d'un angle α par rapport à la verticale et solidaire au point P (figure2).

On étudie le mouvement du centre d'inertie G dans le repère orthonormé $R(O,\vec{i},\vec{j})$ lié à un référentiel terrestre considéré comme galiléen. On repère la position de G à un instant t par l'abscisse x sur l'axe $(O,\vec{i})$.

A l'équilibre, G est confondu avec l'origine O du repère $(x_G = 0)$ (figure2).

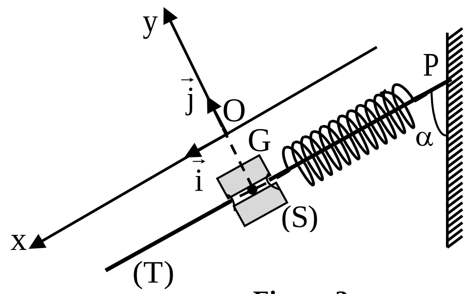


Figure 2

On prendra : $\pi^2 = 10$.

0,25 **1-** Exprimer ℓ_e, la longueur du ressort à l'équilibre, en fonction de ℓ_0, m, K, α et g l'intensité de la pesanteur.

2-On déplace (S) de sa position d'équilibre d'une distance x_m, dans le sens positif, et on le lâche à l'instant de date t=0 sans vitesse initiale.

La courbe de la figure 3 représente la variation de l'accélération a_x du centre d'inertie G en fonction de l'abscisse x avec $-x_m \leq x \leq x_m$.

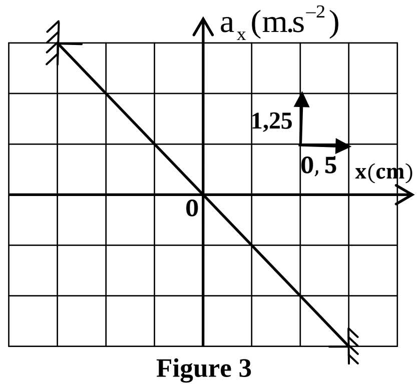


Figure 3

0,5 **2-1-** Etablir, en appliquant la deuxième loi de Newton, l'équation différentielle vérifiée par l'abscisse $x(t)$.

0,5 **2-2-** La solution de l'équation différentielle s'écrit sous la forme : $x(t) = x_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$.

Trouver l'expression numérique de $x(t)$.

3- On choisit comme référence de l'énergie potentielle de pesanteur $(E_{pp}(O) = 0)$ le plan horizontal auquel appartient G à l'équilibre et comme référence de l'énergie potentielle élastique $(E_{pe}(O) = 0)$ l'état où le ressort est allongé à l'équilibre.

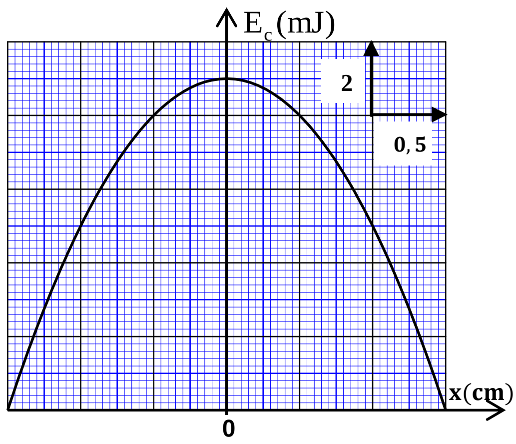


Figure 4

0,5 **3-1-**Trouver, à un instant t, l'expression de l'énergie potentielle $E_p = E_{pp} + E_{pe}$ de l'oscillateur en fonction de x et de K.

0,5 **3-2-** La courbe de la figure 4 représente les variations de l'énergie cinétique de l'oscillateur en fonction de x.
En se basant sur la conservation de l'énergie mécanique, déterminer la valeur de la raideur K. Déduire la valeur de la masse m.

- Chimie -

1- Etude d'une solution aqueuse d'un acide HA :

1-1- Equation chimique de la réaction :

$$HA_{(aq)} + H_2O_{(\ell)} \rightleftarrows A^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$$

1-2- * Taux d'avancement final τ :

- $\tau = \dfrac{x_f}{x_m} = \dfrac{[H_3O^+]}{C} \Rightarrow \tau = \dfrac{10^{-pH}}{C}$

- **A.N :** $\tau = \dfrac{10^{-3,44}}{10^{-2}} \approx 0,0363 = 3,63\%$

*** Espèce chimique prédominante :**

- $\tau = \dfrac{[A^-]}{C} = \dfrac{[A^-]}{[AH]+[A^-]} \Rightarrow \dfrac{[AH]+[A^-]}{[A^-]} = \dfrac{1}{\tau} \Rightarrow \dfrac{[AH]}{[A^-]} + 1 = \dfrac{1}{\tau} \Rightarrow \dfrac{[AH]}{[A^-]} = \dfrac{1-\tau}{\tau}$

- **A.N :** $\dfrac{[AH]}{[A^-]} = \dfrac{1-0,0363}{0,0363} \approx 26,5$ c.à.d $[AH] >> [A^-] \Rightarrow AH$ est l'espèce prédominante.

1-3- * Expression de pK_A :

- $pK_A = -Log(K_A) = -Log(\dfrac{[H_3O^+]\times[A^-]}{[AH]})$ (1)
- $[H_3O^+] = [A^-] = 10^{-pH}$ (2) et $[AH] = C - [H_3O^+] = C - 10^{-pH}$ (3)
- On remplace (2) et (3) dans (1), on aura : $pK_A = -Log(\dfrac{10^{-2.pH}}{C-10^{-pH}})$

*** Valeur de pK_A :** $pK_A = -Log(\dfrac{10^{-2\times3,44}}{10^{-2}-10^{-3,44}}) \approx 4,86$

1-4-1- Equation chimique de la réaction :

$$AH_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \rightarrow A^-_{(aq)} + H_2O_{(\ell)}$$

1-4-2- Valeur de V_B pour lequel $pH = 5,50$:

- Dressons le tableau d'avancement :

Equation de la réaction		$AH_{(aq)}$	$+ HO^-_{(aq)}$	$\rightarrow A^-_{(aq)}$	$+ H_2O_{(\ell)}$
Etat du système	Avancement x(mol)	Quantités de matière (mol)			
Etat initial	0	$C.V_A$	$C.V_B$	0	en excès
Etat final	x_{max}	$C.V_A - x_{max}$	$C.V_B - x_{max}$	x_{max}	en excès

- Pour $V_B < V_{BE} = 20mL$: le réactif limitant est l'espèce HO^- ; donc :
$C.V_B - x_{max} = 0$ ou $x_{max} = C.V_B$

m.k1957@hotmail.com

- On sait que : $pH = pK_A + Log(\frac{[A^-]}{[AH]}) \Rightarrow \frac{[A^-]}{[AH]} = 10^{pH - pK_A}$ (1)

- D'autre part : $\frac{[A^-]}{[AH]} = \frac{x_{max}}{C.V_A - x_{max}} \Rightarrow \frac{[A^-]}{[AH]} = \frac{C.V_B}{C.V_A - C.V_B} \Rightarrow \frac{[A^-]}{[AH]} = \frac{V_B}{V_A - V_B}$ (2)

- Les deux relations (1) et (2) conduisent à écrire :

$$\frac{V_B}{V_A - V_B} = 10^{pH - pK_A} \Rightarrow \underline{V_B = V_A \cdot \frac{10^{pH-pK_A}}{1+10^{pH-pK_A}}}$$

- **A.N :** $V_B = 20 \times \frac{10^{5,50-4,86}}{1+10^{5,50-4,86}} \approx \underline{16,3mL}$

2- Hydrolyse d'un ester :

2-1- Equation chimique de la réaction :

$$CH_3-\underset{\underset{CH_3}{|}}{C}H-\overset{\overset{O}{||}}{C}-O-CH_2-CH_3 + H_2O \rightleftarrows CH_3-\underset{\underset{CH_3}{|}}{C}H-\overset{\overset{O}{||}}{C}-OH + HO-CH_2-CH_3$$

2-2- Temps de demi-réaction de la transformation (1) :

Equation de la réaction		$Ester + H_2O \rightleftarrows Acide + Alcool$			
Etat du système	Avancement x(mol)	Quantités de matière (mol)			
Etat initial	0	$n_0(E)$	$n_0(E)$	0	0
Etat intermédiaire t = $t_{1/2}$	$X(t_{1/2})$	$n_0(E)-x(t_{1/2})$	$n_0(E)-x(t_{1/2})$	$x(t_{1/2})$	$x(t_{1/2})$
Etat final	X_f	$n_0(E)-x_f$	$n_0(E)-x_f$	x_f	x_f

- Cherchons la quantité de matière restante $n_{t_{1/2}}(E)$ de l'ester E à l'instant $t_{1/2}$:

- On a d'après le tableau : $n_{t_{1/2}}(E) = n_0(E) - x(t_{1/2})$ avec $x(t_{1/2}) = \frac{x_f}{2}$ et $n_f(E) = n_0(E) - x_f$

- Donc on peut écrire : $n_{t_{1/2}}(E) = n_0(E) - \frac{x_f}{2} \Rightarrow n_{t_{1/2}}(E) = n_0(E) - \frac{n_0(E)-n_f(E)}{2}$

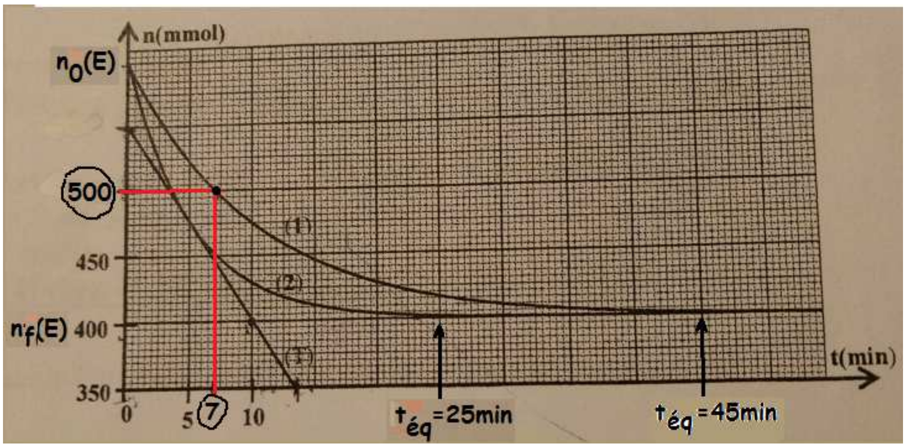
$$\underline{n_{t_{1/2}}(E) = \frac{n_0(E)+n_f(E)}{2}}$$

- Graphiquement, on trouve : $n_0(E) = 600mmo\ell$ et $n_f(E) = 400mmo\ell$

- **A.N :** $n_{t_{1/2}}(E) = \frac{600+400}{2} = \underline{500mmo\ell}$

On repère la quantité 500mmol sur l'axe vertical, et par projection on trouve le temps de demi-réaction :

$$\underline{t_{1/2} \approx 7\,\text{min}}$$



2-3- Courbe correspondant à la réaction sans catalyseur :

La courbe (1) correspond à la réaction d'hydrolyse sans catalyseur, car l'équilibre est atteint après écoulement de 45min, contrairement à l'écoulement uniquement de 25min pour atteindre l'équilibre en utilisant un catalyseur correspondant à la courbe (2).

2-4- Vitesse volumique de réaction à $t_1 = 5\,\text{min}$:

- Par définition : $v(t) = \frac{1}{V_0}.\frac{dx(t)}{dt}$ $\quad avec \quad x(t) = n_0(E) - n_t(E)$

- L'expression devient : $v(t) = -\frac{1}{V_0}.\frac{dn_t(E)}{dt}$

- A $t_1 = 5\,\text{min}$: $v(5\,\text{min}) \approx -\frac{1}{V_0}.\frac{\Delta n_t(E)}{\Delta t} = -\frac{1}{71.10^{-3}} \times \frac{(550-400).10^{-3}}{0-10}$

$$\underline{v(5\,\text{min}) \approx 0{,}21 mo\ell.L^{-1}.\text{min}^{-1}}.$$

3- Electrolyse de l'eau :

3-1- Les affirmations exactes :

a) L'anode est liée à la borne positive du générateur ;
b) Une transformation forcée s'effectue dans le sens inverse d'une transformation spontanée.
d) Le courant électrique sort par la cathode de l'électrolyseur.

3-2- Equation de la réaction à l'anode :

A l'anode, il se produit une réaction d'oxydation de l'espèce H_2O :

$$2.H_2O_{(\ell)} \rightleftarrows O_{2(g)} + 4.H^+_{(aq)} + 4.e^-$$

3-3- * Expression du volume de O_2 formé à l'instant t :

- En se basant sur le tableau d'avancement, on trouve :

$$n(e^-) = 4.x = 4.\,n(O_2) = 4.\frac{V}{V_m} \quad et \quad n(e^-) = \frac{I \times \Delta t}{N_A \times e}$$

$$donc \quad \underline{V = \frac{I.\Delta t}{4.N_A.e}.V_m}$$

$2.H_2O_{(\ell)}$	$\rightleftarrows$ $O_{2(g)}$	$+ 4.H^+_{(aq)}$	$+ 4.e^-$
n_0	0	0	0
$n_0 - 2.x$	$n(O_2) = x$	$4.x$	$n(e^-) = 4.x$

- **A.N :** $V=\dfrac{0,2\times8\times60}{4\times6,02.10^{23}\times1,6.10^{-19}}\times24\approx\underline{5,6.10^{-3}L=5,6mL}$

- Physique -

Exercice 1 : Transformations nucléaires

1- Radioactivité α du radium $^{226}_{88}Ra$:

1-1- Définition :

L'énergie de liaison d'un noyau atomique est l'énergie qu'il faut fournir au noyau pour le dissocier en ses nucléons,

1-2- La proposition juste :

c) Après une durée égale à $3.t_{1/2}$; il reste $12,5\%(=\dfrac{100}{2^3}\%)$ des noyaux initiaux.

(On applique la relation : $N(n.t_{1/2})=\dfrac{1}{2^n}\times N_0$)

1-3- Montrons que $1Ci\approx3,73.10^{10}Bq$:

- La curie 1Ci est l'activité de 1g de radium 226 ;

- $1Ci=A(m=1g)\Rightarrow1Ci=\lambda.N(m=1g)\Rightarrow1Ci=\lambda.\dfrac{m(=1g)}{m_{noy}}\Rightarrow\underline{1Ci=\lambda.\dfrac{m(=1g)}{M}.N_A}$

- **A.N :** $1Ci=1,4.10^{-11}\times\dfrac{1}{226}\times6,02.10^{23}\approx\underline{3,73.10^{10}Bq}$

1-4- L'activité d'un échantillon en Juin 2018 :

- En Juin 1898 : A(to = 0) = 1Ci = $3,73.10^{10}$Bq
- En Juin 2018 : $A(t)=A(t_0=0).e^{-\lambda.t}$ avec $t=\Delta t=2018-1898=120ans$
- **A.N :** $A(t)=3,73.10^{10}\times e^{-(1,4.10^{-11}\times120\times365,25\times24\times3600)}\approx\underline{3,54.10^{10}Bq}$

1-5- Calcul de l'énergie produite par la désintégration d'un noyau du radium 226 :

- L'équation de désintégration est : $^{226}_{88}Ra\rightarrow{}^{222}_{86}Rn+{}^{4}_{2}He$

- L'énergie libérée est : $\underline{E_{\ell ib}=|\Delta E|=\left|\left(E_\ell(^{226}_{88}Ra)-E_\ell(^{4}_{2}He)-E_\ell(^{222}_{86}Rn)\right)\right|}$

- **A.N :** $E_{\ell ib}=\left|1,7311.10^3-28,4-1,7074.10^3\right|\approx\underline{4,7MeV}$

2- Mouvement de α dans un champ magnétique uniforme :

2-1- Nature du mouvement de la particule α :

* Expression de l'accélération :

La particule α est soumise uniquement à la force de Lorentz : $\vec{F}=2e.\vec{v}\wedge\vec{B}$

Par application de la 2ème loi de Newton dans un référentiel galiléen : $m(\alpha).\vec{a}=2e.\vec{v}\wedge\vec{B}$

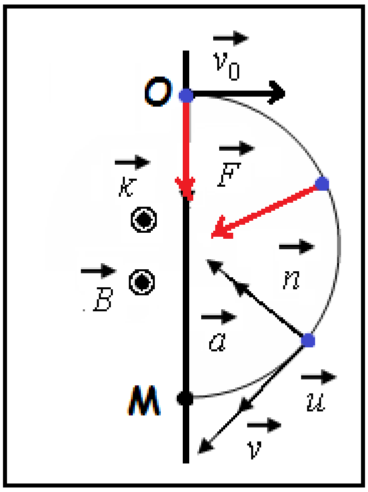
On en déduit : $\vec{a} = \frac{2e}{m(\alpha)}.\vec{v} \wedge \vec{B}$; cette relation montre que le vecteur accélération est perpendiculaire au vecteur vitesse $\vec{v}$.

* Energie cinétique de la particule **α** :

On a : $\frac{dE_c}{dt} = \underbrace{P}_{puissance}(\vec{F}) = \vec{F}.\vec{v} = 0$ car $\vec{F}$ est $perpendiculaire$ $à$ $\vec{v}$

Cela prouve que l'énergie cinétique de la particule est constante, et par suite le mouvement est **uniforme**.

* Le mouvement de **α** est plan :



Posons $\vec{B} = B\vec{k}$ alors $\vec{a} = \frac{2eB}{m(\alpha)}.\vec{v} \wedge \vec{k}$ ce qui montre que la composante a_z de l'accélération est nulle $a_z = 0$

et par intégration et application des conditions initiales on en déduit que $z = 0$

Donc le mouvement de **α** se fait dans le plan (π).

* Le mouvement de **α** est circulaire :

Dans le repère de Fresnet M$(\vec{u}, \vec{n})$; la composante tangentielle de l'accélération est nulle :

$$a = a_n \quad avec\ a = \frac{2eB}{m(\alpha)}v_0 \quad et \quad a_n = \frac{v_0^2}{\rho} \qquad \rho\ est\ le\ rayon\ de\ courbure$$

On écrit alors : $a = \frac{2eB}{m(\alpha)}v_0 = \frac{v_0^2}{\rho}$ ou bien : $\rho = \frac{m(\alpha).v_0}{2eB} = Cte$

Donc le mouvement est <u>circulaire</u> et <u>uniforme</u>, et le rayon est : $OM = R = \frac{m(\alpha).v_0}{2eB}$

- **A.N** : $OM = \frac{6{,}6447.10^{-27} \times 1{,}5.10^{7}}{2 \times 1{,}6.10^{-19} \times 1{,}5} \approx 0{,}207m = 20{,}7cm$

Exercice 2 : Electricité

I- Réponse d'un dipôle RC à un échelon de tension :

1- Equation différentielle vérifiée par la tension u_c :

D'après la figure1 : $u_R + u_C = E$ (1)

En respectant les conventions : $u_R = R.i = R.\frac{dq}{dt} = RC.\frac{du_C}{dt}$

La relation (1) devient : $RC.\frac{du_C}{dt} + u_C = E$ ou bien $\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC}u_C = \frac{E}{RC}$

2- * Détermination de E :

- L'équation de la fonction $\frac{du_C}{dt} = f(u_C)$ est de la forme : $\frac{du_C}{dt} = A.u_C + B$
- L'équation différentielle peut s'écrire : $\frac{du_C}{dt} = -\frac{1}{RC}u_C + \frac{E}{RC}$
- Lorsque $\frac{du_C}{dt} = 0$ alors $E = u_C$ et graphiquement (figure2) on trouve $\underline{E = 6V}$

*** Vérification de C = 10 nF :**

- On pose $A = -\frac{1}{RC}$: *le coefficient directeur de la droite*

Alors $C = -\frac{1}{R\times A} = -\frac{1}{2.10^3\times\frac{6\times5.10^4-0}{0-6}} \Rightarrow \underline{C = 10^{-8}F = 10nF}$

3- Détermination de la valeur du rendement ρ :

- Par définition : $\rho = \frac{E_e}{E_g}$
- En régime permanent $u_C(\infty) = E$ alors $E_e = \frac{1}{2}.C.u_C^2 = \frac{1}{2}.C.E^2$ et $E_g = C.E^2$
- Donc : $\rho = \frac{E_e}{E_g} = \frac{\frac{1}{2}.C.E^2}{C.E^2} \Rightarrow \underline{\rho = 0{,}50 = 50\%}$

II - Réponse d'un dipôle RL à un échelon de tension :

1-1- Equation différentielle vérifiée par $i(t)$:

- D'après la loi d'additivité des tensions : $u_b + u_{R_1} = E$ (1)
- En respectant les conventions : $u_b = L.\frac{di}{dt} + r.i$ et $u_{R_1} = R_1.i$

Alors (1) s'écrit : $L.\frac{di}{dt} + (r+R_1).i = E$ ou bien $\underline{\frac{di}{dt} + \frac{(r+R_1)}{L}.i = \frac{E}{L}}$

1-2- * Détermination de R1 :

- Au régime permanent : $\underbrace{\left(\frac{di}{dt}\right)_{t\to\infty}}_{=0} + \frac{(r+R_1)}{L}.i_{max} = \frac{E}{L} \Rightarrow (r+R_1).i_{max} = E$
- Finalement : $\underline{R_1 = \frac{E}{i_{max}} - r}$
- **A.N :** $R_1 = \frac{6}{50.10^{-3}} - 20 = \underline{100\Omega}$

*** Vérification de L = 0,3H :**

- La constante de temps du circuit RL : $\tau = \dfrac{L}{r+R_1}$
- On en déduit que : $\underline{L = \tau \times (r+R_1)}$ $\quad avec \ \tau = 2{,}5ms(\ figure 4)$
- **A.N :** $L = 2{,}5.10^{-3} \times (20+100) = \underline{0{,}3H}$

1-3- Calcul de u_b au régime permanent :

- L'équation différentielle donne : $(u_b)_\infty = E - (u_{R_1})_\infty \Rightarrow \underline{(u_b)_\infty = E - R_1.i_{max}}$
- **A.N :** $(u_b)_\infty = 6 - 100 \times 0{,}05 = \underline{1V}$

2-1- Valeur de i juste après l'ouverture de l'interrupteur K :

L'intensité $i(t)$ est une fonction continue : $i(t=0) = i_{max} = \underline{50mA}$

2-2- * Valeur de $\dfrac{d\,i(t)}{dt}$ à t = 0 :

- D'après la loi d'additivité des tensions : $u_b + u_{R_1} + u_{R_2} = 0 \ (1)$
- En respectant les conventions : $u_b = L.\dfrac{di(t)}{dt} + r.i \quad u_{R_1} = R_1.i \quad et \ u_{R_2} = R_2.i$

Alors (1) s'écrit : $L.\dfrac{di}{dt} + (r+R_1+R_2).i = 0$ ou bien $\underline{\left(\dfrac{d\,i(t)}{dt}\right)_{t=0} = -\dfrac{(r+R_1+R_2)}{L}.i_{max}}$

- **A.N :** $\left(\dfrac{d\,i(t)}{dt}\right)_{t=0} = -\dfrac{(20+100+2000)}{0.3} \times 50.10^{-3} = \underline{-3{,}53.10^2\,A.s^{-1}}$

*** Calcul de u_b à l'ouverture de l'interrupteur K :**

- L'expression est : $\underline{u_b(0) = L.\left(\dfrac{di(t)}{dt}\right)_{t=0} + r.\,i_{max}}$
- **A.N :** $u_b(0) = 0{,}3 \times (-3{,}53.10^2) + 20 \times 0{,}05 \approx \underline{-105V}$

3- Rôle de la branche :

C'est pour éviter l'apparition des étincelles aux bornes de l'interrupteur au moment de son ouverture ; qui sont dues à la surtension aux bornes de la bobine : $u_b(0) \approx -105V$!!

III - Oscillateur RLC en régime forcé :

1- Fréquence de résonance N_0 :

- A la résonance l'impédance Z du circuit RLC est **minimale** ;
- D'après la figure5 ; on trouve : $N_0 = 0{,}5KHz = \underline{500Hz}$

2- Capacité C_1 du condensateur :

- A la résonance ; la relation est vérifiée : $L.C_1.(2\pi N_0)^2 = 1$

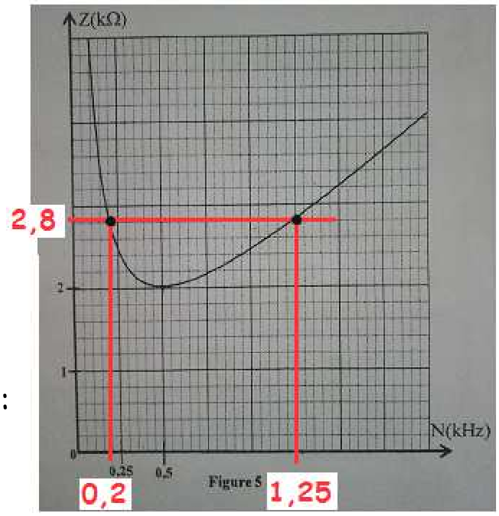
- On en déduit que : $\underline{C_1 = \dfrac{1}{4.\pi^2.L.N_0^2}}$

- A.N : $C_1 = \dfrac{1}{4\times10\times0{,}3\times500^2} \approx \underline{3{,}3.10^{-7}F = 0{,}33\mu F}$

3- * Relation entre Z , r et R₃ :

- Pour $I = \dfrac{I_0}{\sqrt{2}}$ on a : $U = Z.I = Z.\dfrac{I_0}{\sqrt{2}}$
- A la résonance $I = I_0$ on a : $U = Z_0.I_0 = (r + R_3).I_0$
- Des deux relations on trouve : $\underline{Z = (r + R_3).\sqrt{2}}$

* Déduction graphique de ΔN :



- Calcul de Z lorsque $I = \dfrac{I_0}{\sqrt{2}}$:

$Z = (20 + 1980).\sqrt{2} \approx \underline{2828\Omega \approx 2{,}8K\Omega}$

- En exploitant la courbe de la fonction $Z = f(N)$; on trouve :

$N_{min} \approx 0{,}2KHz$ et $N_{max} \approx 1{,}25Kz$

d'où : $\Delta N = N_{max} - N_{min} \approx 1{,}25 - 0{,}2 = \underline{1{,}05KHz}$

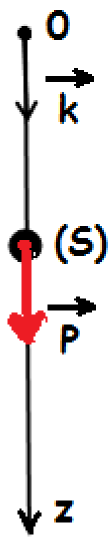
Exercice 3 : Mécanique

PARTIE I : Etude du mouvement d'un corps solide

1- Etude du mouvement du centre G dans l'air :

1-1- Equation différentielle régissant la vitesse Vz du centre d'inertie G :

- Système à étudier : {Le baigneur (S)}
- Repère d'étude R (O ; $\vec{k}$) supposé galiléen ;
- Bilan des forces extérieures :



Poids du corps seulement car la chute est libre : $\vec{P}$

- 2ème loi de newton : $\vec{P} = m.\vec{a}_G$
- Projection de cette relation vectorielle sur l'axe Oz : $P_z = m.a_z$ (*)
- Expression : $P_z = P = m.g$ et $a_z = \dfrac{dv_z}{dt}$.
- La relation (*) devient : $m.g = m.\dfrac{dv_z}{dt}$
- Finalement l'équation différentielle est : $\underline{\dfrac{dv_z}{dt} = g}$ (1)

1-2- * Temps de chute tc :

En intégrant l'équation (1) : $\underline{v_z(t) = g.t}$ (2) $(v_z(0) = 0)$

En intégrant l'équation (2) : $z(t) = \frac{1}{2} g.t^2$ (3) $(z(0) = 0)$

Le temps de chute tc correspond à : $z(t_c) = h$

Donc : $\frac{1}{2} g.t_c^2 = h \Rightarrow t_c = \sqrt{\frac{2.h}{g}}$

- **A.N** : $t_c = \sqrt{\frac{2\times 10}{10}} \approx 1{,}4s$

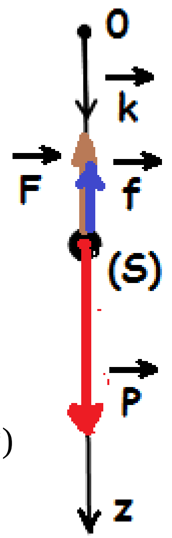
* Vitesse **Ve** d'entrée dans l'eau :

- La relation (2) donne : $v_z(t_c) = g.t_c$
- **A.N** : $v_e = v_z(t_c) = 10\times 1{,}4 = 14 m.s^{-1}$

2- Etude du mouvement vertical du centre G dans **l'eau** :

2-1- Equation différentielle régissant la vitesse V_z du centre d'inertie G :

- Système à étudier : {Le baigneur (S)}
- Repère d'étude R (O ; $\vec{k}$) supposé galiléen ;
- Bilan des forces extérieures :



* Poids du corps : $\vec{P} = m.\vec{g} = mg.\vec{k}$

* Force de frottement fluide : $\vec{f} = -\lambda.\vec{v_G} = -\lambda v_z.\vec{k}$

* Poussée d'Archimède: $\vec{F} = -\frac{m}{d}.\vec{g} = -\frac{m}{d} g.\vec{k}$

- 2ème loi de Newton : $m.\vec{a_G} = \vec{F} + \vec{f} + \vec{P}$
- Projection de cette relation vectorielle sur l'axe Oz : $m.a_z = F_z + f_z + P_z$ (*)
- Expressions : $F_z = -\frac{m}{d}.g$; $f_z = -\lambda.v_z$; $P_z = P = m.g$ et $a_z = \frac{dv_z}{dt}$.
- La relation (*) devient : $m.\frac{dv_z}{dt} = (-\frac{m}{d}.g) + (-\lambda.v_z) + (m.g)$
- ou bien : $\frac{dv_z}{dt} + \frac{\lambda}{m}.v_z = g.(1 - \frac{1}{d})$
- Finalement l'équation différentielle est : $\frac{dv_z}{dt} + \frac{1}{\tau}.v_z = g.(1 - \frac{1}{d})$ avec $\tau = \frac{m}{\lambda}$

2-2- * Expression de la vitesse limite $V_{\ell z}$:

- Au régime permanent : $\frac{dv_z}{dt} = 0$ et $v_z = v_{\ell z}$
- L'équation différentielle devient : $0 + \frac{1}{\tau}.v_{\ell z} = g.(1 - \frac{1}{d})$

- Finalement la vitesse limite est : $v_{\ell z} = \tau.g.(1-\frac{1}{d})$

* Calcul de la vitesse limite $V_{\ell z}$:

- **A.N :** $v_{\ell z} = \frac{80}{250}\times 10\times(1-\frac{1}{0,9}) \approx -0,36 m.s^{-1}$

2-3- Expressions de A et B :

- La solution de l'équation différentielle est : $v_z(t) = A + B.e^{-\frac{t}{\tau}}$

- L'équation différentielle peut s'écrire : $\frac{d}{dt}(A+B.e^{-\frac{t}{\tau}}) + \frac{1}{\tau}.(A+B.e^{-\frac{t}{\tau}}) = g.(1-\frac{1}{d})$

$$\Rightarrow -\frac{B}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{1}{\tau}.(A+B.e^{-\frac{t}{\tau}}) = g.(1-\frac{1}{d}) \Rightarrow \underbrace{-\frac{B}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{1}{\tau}B.e^{-\frac{t}{\tau}}}_{=0} + \frac{1}{\tau}.A = g.(1-\frac{1}{d})$$

$$\Rightarrow A = \tau.g.(1-\frac{1}{d}) \quad ou \quad A = v_{\ell z}$$

- $v_z(t=0) = A + B.e^0 = A + B$ et $v_z(t=0) = v_e \quad \Rightarrow B = v_e - v_{\ell z}$

2-4- Instant de retour t_r :

- C'est l'instant où le baigneur s'arrête pour rebrousser chemin : $v_z(t_r) = 0$

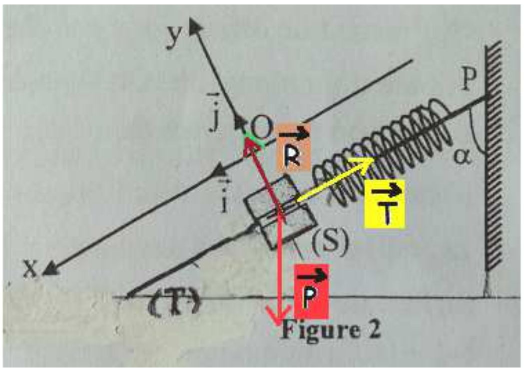
- On a aussi : $v_z(t_r) = v_{\ell z} + (v_e - v_{\ell z}).e^{-\frac{t_r}{\tau}}$

- Des deux relations on écrit : $v_{\ell z} + (v_e - v_{\ell z}).e^{-\frac{t_r}{\tau}} = 0$

- Finalement on aboutit à l'expression : $t_r = -\tau.\ell n\left(\frac{-v_{\ell z}}{v_e - v_{\ell z}}\right)$

- **A.N :** $t_r = -\frac{80}{250}.\ell n\left(\frac{-(-0,36)}{14-(-0,36)}\right) \approx 1,18 s$

PARTIE II : Etude du mouvement d'un pendule élastique



1- Expression de la longueur ℓ_e :

A l'équilibre : $\vec{T}_0 + \vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$, et par projection sur l'axe Ox incliné vers le bas, on aura :

$$T_{0x} + P_x + R_x = 0 ,$$

Alors : $\boxed{-K.\Delta\ell_{éq} + m.g.\cos(\alpha) + 0 = 0}$ avec $\Delta\ell_{éq} = \ell_e - \ell_0$

d'où : $\ell_e = \ell_0 + \frac{m.g.\cos(\alpha)}{K}$

2-1- Equation différentielle vérifiée par l'abscisse $x(t)$ du centre d'inertie G :

- Système à étudier : {solide(S)}
- Repère d'étude R (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$) supposé galiléen ;
- Bilan des forces extérieures :

* Poids du solide (S) : $\vec{P}$

* Action du ressort : $\vec{T}$

* Action du plan incliné : $\vec{R}$

- La 2ème loi de Newton donne : $\vec{P}+\vec{T}+\vec{R}=m.\vec{a}_G$;
- Projection de cette relation vectorielle sur l'axe Ox :

$$P_x+T_x+R_x=m.a_x \Rightarrow mg\cos(\alpha)-K(\Delta\ell_{éq}+x)+0=m.\ddot{x} \Rightarrow \underbrace{mg\cos(\alpha)-K.\Delta\ell_{éq}}_{=0}-K.x=m.\ddot{x}$$

$$\Rightarrow \underline{\ddot{x}+\frac{K}{m}.x=0}$$

2-2- Expression numérique de $x(t)$:

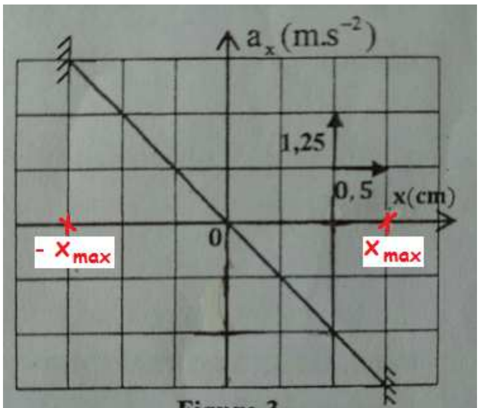


Figure 3

- L'expression de l'abscisse : $x(t)=x_{max}.\cos(\frac{2.\pi}{T_0}.t+\varphi)$
- D'après la figure 3 : $x_{max}=3\times0{,}5=\underline{1{,}5cm}$
- L'équation différentielle vérifiée par $x(t)$ peut s'écrire :

$$\ddot{x}+\frac{K}{m}.x=0 \quad ou \quad \ddot{x}=-\frac{K}{m}.x \quad ou\ bien\ \underline{a_x=-\frac{K}{m}.x}$$

- L'équation de la droite (figure 3) : $\underline{a_x=A.x}$
- En comparant les deux équations ; on identifie le coefficient directeur :

$$-\frac{K}{m}=A=\frac{\Delta a_x}{\Delta x}=\frac{1{,}25-0}{-0{,}5.10^{-2}-0}=-250\,s^{-2}$$

- Or on sait que : $\frac{2\pi}{T_0}=\sqrt{\frac{K}{m}}=\sqrt{-A}$ **A.N :** $\frac{2\pi}{T_0}=\sqrt{-A}=\sqrt{250}\ \underline{=15{,}8rad.s^{-1}}\approx5.\pi\ rad.s^{-1}$
- D'une part d'après la condition initiale $x(0)=x_{max}$

D'autre part $x(0)=x_{max}.\cos(\frac{2.\pi}{T_0}\times0+\varphi)=x_{max}.\cos(\varphi)$

D'où $x_{max}.\cos(\varphi)=x_{max} \Rightarrow \cos(\varphi)=1 \Rightarrow \underline{\varphi=0}$

- Finalement : $\underbrace{x}_{\text{en m}}(t)=1{,}5.10^{-2}.\cos(5.\pi.\underbrace{t}_{en\ s})$

3-1- Expression de l'énergie potentielle E_p :

- L'énergie potentielle totale est : $E_p = E_{pp} + E_{pe}$ (*)
- L'énergie potentielle de pesanteur est : $E_{pp} = m.g.z + C$; l'axe Oz est orienté vers le haut.

Or à $z = 0$ on a $E_{pp} = 0$ donc C = 0 ; d'où $E_{pp} = -m.g.z$ *avec* $z = -x.\cos(\alpha)$

Donc $$E_{pp} = -m.g.x.\cos(\alpha) \quad (1)$$

- L'énergie potentielle élastique est : $E_{pe} = \frac{1}{2}.K.\Delta\ell^2 + C'$ *avec* $\Delta\ell = x + \Delta\ell_{éq}$

Or lorsque $\Delta\ell = \Delta\ell_{éq}$ on a $E_{pe} = 0$ donc $C' = -\frac{1}{2}.K.\Delta\ell_{éq}{}^2$;

d'où $E_{pe} = \frac{1}{2}.K(x + \Delta\ell_{éq})^2 - \frac{1}{2}.K.\Delta\ell_{éq}{}^2$

En développant cette expression on aura : $E_{pe} = \frac{1}{2}.Kx^2 + K.x.\Delta\ell_{éq} + \frac{1}{2}.K.\Delta\ell_{éq}{}^2 - \frac{1}{2}.K.\Delta\ell_{éq}{}^2$

Donc : $$E_{pe} = \frac{1}{2}.Kx^2 + K.x.\Delta\ell_{éq} \quad (2)$$

- On porte (1) et (2) dans (*), on aura : $E_p = -mg.x.\cos(\alpha) + Kx\Delta\ell_{éq} + \frac{1}{2}.K.x^2$

On peut simplifier cette expression : $E_p = (\underbrace{-mg.\cos(\alpha) + K\Delta\ell_{éq}}_{=0 \text{ à l'équilibre}}).x + \frac{1}{2}.K.x^2$

Finalement on aboutit à l'expression finale : $\underline{E_p = \frac{1}{2}K.x^2}$

3-2- * Valeur de la raideur K :

- L'énergie mécanique se conserve au cours du mouvement de G : $E_m = E_c + E_p = Cte$
- Lorsque x = x_{max} :

$E_c(x_{max}) = 0 \Rightarrow E_m(x_{max}) = E_p(x_{max}) = \frac{1}{2}K.x^2_{max}$

- Lorsque x = 0 :

$E_m(0) = E_c(0) + \underbrace{E_p(0)}_{=0}$

$\Rightarrow E_m(0) = E_c(0) = 9mJ = 9.10^{-3} J\,(voir\ \ figure4)$

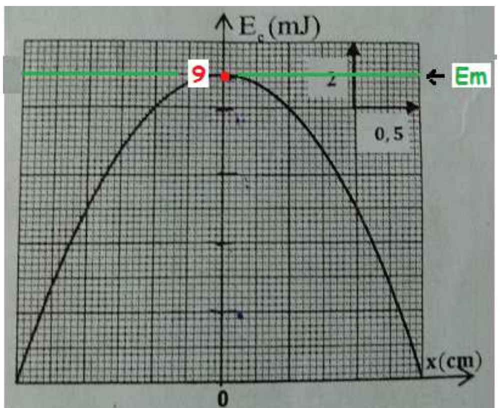


Figure 4

$E_m(x_{max}) = E_m(0) \Rightarrow \frac{1}{2}K.x^2_{max} = 9.10^{-3}$

- $\Rightarrow K = \frac{2 \times 9.10^{-3}}{(1{,}5.10^{-2})^2} = \underline{80 N.m^{-1}}$.

*** Valeur de la masse m :**

On a trouvé que : $\frac{K}{m} = 250\,s^{-2} \Rightarrow m = \frac{K}{250} = \frac{80}{250} = \underline{0{,}32 Kg = 320 g}$