الصفحة	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا	المملكة المغربية
1 / 8	المسالك الدولية	وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي
*ا	الدورة العادية 2020	المركز الوطني للتقويم والامتحانات
	- الموضوع –	
	SSSSSSSSSSSSSSSSSSSS — NS 30F	

4	مدة الإنجاز	الفيزياء والكيمياء	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب) (خيار فرنسية)	الشعبة أو المسلك

L'usage de la calculatrice scientifique* **non programmable *est autorisé.*

** La formule littérale doit être donnée avant l'application numérique et le résultat accompagné de son unité.*

** Les exercices peuvent être traités séparément selon le choix du candidat(e).*

Le sujet comporte 4 exercices : un exercice de chimie et trois exercices de physique.

Exercice 1 : Chimie (6,5 points)

Première partie : *Dosage de l'acide lactique dans un lait.*

Deuxième partie : *Pile chrome-argent.*

Exercice 2 : Ondes (2,5 points) – Transformations nucléaires (2,25 points)

I- *Diffraction de la lumière.*

II-*Désintégration de l'oxygène 15.*

Exercice 3 : Electricité (5,5 points)

- *Charge d'un condensateur ;*
- *Décharge d'un condensateur dans une bobine ;*
- *Les oscillations électriques forcées dans un circuit RLC série.*

Exercice 4 : Mécanique (3,25 points)

Partie I : *Mouvement d'un skieur.*

Partie II :*Mouvement d'une sphère chargée dans le champ de pesanteur et dans un champ électrique.*

Exercice 1 : Chimie(6,5 points)

Les deux parties sont indépendantes

Première partie : Dosage de l'acide lactique dans un lait

L'acidité d'un lait augmente par fermentation lactique en cas de mauvaise conservation. Le dosage de l'acide lactique de formule $CH_3-CHOH-COOH$ *permet donc d'apprécier l'état de conservation du lait. Moins le lait est frais, plus il contient de l'acide lactique.*

On se propose de doser l'acide lactique présent dans un lait de vache, qui n'a subit aucun traitement, par une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium. On supposera que l'acidité du lait est due uniquement à l'acide lactique.

L'acide lactique sera simplement noté HA.

Données :-Toutes les mesures sont effectuées à $25°C$;

- Le produit ionique de l'eau **:** $K_e=10^{-14}$ **;**
- Masse molaire de l'acide lactique : $90\,g.mol^{-1}$.

1- Préparation de la solution aqueuse d'hydroxyde de sodium :

On prépare une solution aqueuse (S_B) d'hydroxyde de sodium $Na^+_{(aq)}+HO^-_{(aq)}$ de volume $V=1,0\,L$ et de concentration molaire C_B, par dissolution d'une masse de soude dans de l'eau distillée. La mesure du pH de la solution (S_B) donne $pH=12,70$.

1-1-Etablir l'expression du pH de la solution (S_B) en fonction de K_e et de C_B.**(0,5pt)**

1-2-Vérifier que $C_B\simeq 5,0.10^{-2}\,mol.L^{-1}$.**(0,25pt)**

2-Contrôle de la qualité d'un lait de vache

Un technicien de laboratoire dose l'acidité d'un lait de vache. Il réalise le titrage pH-métrique à l'aide de la solution aqueuse (S_B) d'hydroxyde de sodium de concentration molaire C_B. Pour cela il introduit , dans un bécher un volume $V_A=25,0\,mL$ de lait, puis il verse progressivement un volume V_B de la solution (S_B) et note pour chaque volume versé le pH du mélange réactionnel.

On note V_{BE} le volume de la solution d'hydroxyde de sodium versé à l'équivalence et K_A la constante d'acidité du couple $HA_{(aq)}/A^-_{(aq)}$.

2-1- Ecrire l'équation chimique modélisant la réaction du dosage. **(0,5pt)**

2-2- Etablir la relation permettant de déterminer la concentration C_A en acide lactique du lait en fonction de V_A, C_B et V_{BE}. **(0,5pt)**

2-3- Etablir la relation : $V_B.10^{-pH}=K_A.(V_{BE}-V_B)$ avec $0<V_B<V_{BE}$.**(0,75pt)**

2-4- La courbe de la figure 1 représente les variations de $10^{-pH}.V_B$ en fonction de V_B : $10^{-pH}.V_B=f(V_B)$.

En s'aidant de la courbe de la figure 1 :

2-4-1-déterminer le volume V_{BE} et en déduire la concentration C_A.**(0,5pt)**

2-4-2-déterminer le pK_A du couple $HA_{(aq)}/A^-_{(aq)}$.**(0,5pt)**

2-5- Dans l'industrie alimentaire, l'acidité d'un lait s'exprime en degré Dornic, noté $°D$. Un degré Dornic $(1°D)$ correspond à $1{,}0.10^{-1}$ g d'acide lactique par litre de lait. Un lait est considéré comme frais s'il a une acidité comprise entre $15°D$ et $18°D$. Le lait étudié peut-il être considéré comme frais ?Justifier la réponse. **(0,75pt)**

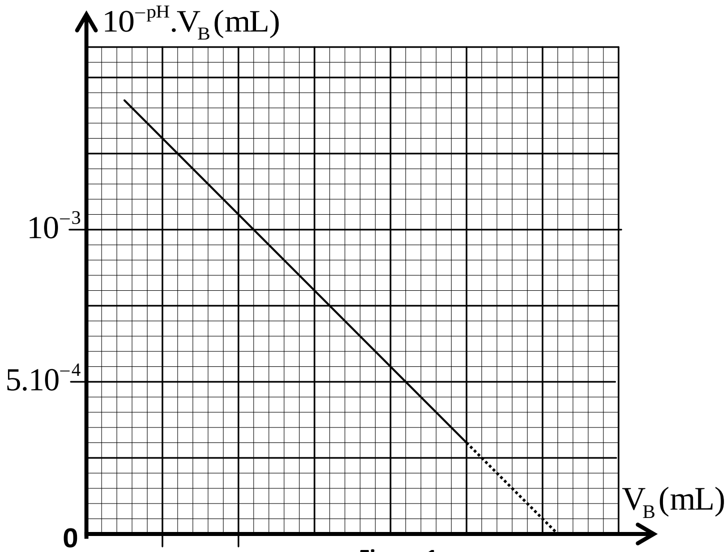


Figure 1

Deuxième partie : Pile chrome-argent

La pile chrome-argent est composée de deux compartiments liés par un pont salin. Le compartiment(1) est constitué d'une lame de chrome plongée dans un volume V=100 mL d'une solution aqueuse de nitrate de chrome (III) $Cr^{3+}_{(aq)} + 3NO^{-}_{3(aq)}$ de concentration molaire initiale $\left[Cr^{3+}_{(aq)}\right]_i = C_1 = 0{,}100\,mol.L^{-1}$ .Le compartiment(2) est constitué d'une lame d'argent plongée dans le volume V d'une solution aqueuse de nitrate d'argent $Ag^{+}_{(aq)} + NO^{-}_{3(aq)}$ de concentration molaire initiale $\left[Ag^{+}_{(aq)}\right]_i = C_1$.

Données :

- Couples intervenant dans la réaction : $Cr^{3+}_{(aq)}/Cr_{(s)}$; $Ag^{+}_{(aq)}/Ag_{(s)}$;
- Constante de Faraday : $1F = 9{,}65.10^{4}\,C.mol^{-1}$;
- Masse molaire: $M(Cr) = 52\,g.mol^{-1}$.

On monte en série avec la pile un conducteur ohmique (D), un ampèremètre (A) et un interrupteur K.
A un instant de date $t_0 = 0$ on ferme le circuit, l'ampèremètre indique alors le passage d'un courant électrique d'intensité positive constante I_0 lorsque sa borne COM est reliée à l'électrode de chrome.
Au cours du fonctionnement de la pile, la masse de l'une des électrodes diminue de 52 mg après une durée $\Delta t = t_1 - t_0$ de fonctionnement.

1-Ecrire l'équation bilan lors du fonctionnement de la pile.**(0,5 pt)**

2-Déterminer l'avancement de la réaction du fonctionnement de la pile à l'instant t_1 .**(0,5 pt)**

3- Déduire à l'instant t_1 la concentration molaire des ions chrome Cr^{3+} .**(0,5 pt)**

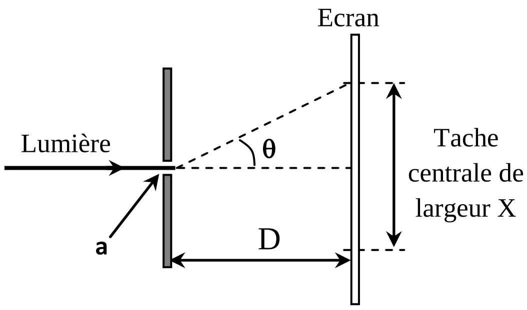
4 - Sachant que l'intensité du courant est $I_0 = 50\,mA$, trouver la valeur de l'instant t_1 .**(0,75 pt)**

<u>Exercice 2: Ondes (2,5 points) – Transformations nucléaires (2,25 points)</u>

I- Diffraction de la lumière

On considère $c = 3.10^{8}\,m.s^{-1}$ la célérité d'une onde lumineuse dans l'air.
Le schéma de la figure suivante représente un montage expérimental pour l'étude de la diffraction de la lumière.

Une fente de largeur **a** est éclairée avec une lumière laser ,rouge ,de longueur d'onde $\lambda_1 = 632,8\,nm$, puis par une lumière jaune, d'une lampe à mercure, de longueur d'onde λ_2 inconnue . Sur un écran situé à la distance D de la fente, on visualise successivement les figures de diffraction obtenues. En lumière rouge, la tache centrale a une largeur $X_1 = 6,0\,cm$ et en lumière jaune une largeur $X_2 = 5,4\,cm$.



1- Donner le nombre d'affirmations fausses parmi les affirmations suivantes :(**0,5 pt)**
a- L'expérience décrite sur la figure met en évidence le phénomène de la dispersion de la lumière.
b-Si une onde de longueur d'onde λ passe à travers une fente de largeur $a = \frac{\lambda}{2}$ dans un même milieu, alors sa célérité change.

c- Si une onde de longueur d'onde λ passe à travers une fente de largeur $a = \frac{\lambda}{2}$ dans un même milieu, alors sa longueur d'onde est divisée par 2.
d-Dans un milieu dispersif, si la longueur d'onde diminue, alors la célérité du signal augmente.

2- On se limite dans le cas de faibles écarts angulaires où $\tan\theta \approx \theta$ avec θ exprimé en radian.

2-1- Donner l'expression permettant de déterminer l'angle θ en utilisant exclusivement les grandeurs présentes sur la figure.**(0,25pt)**

2-2- Montrer que le rapport $\frac{\lambda}{X}$ est constant pour un dispositif expérimental donné et déduire la longueur d'onde λ_2.**(0,75pt)**

3-Si on réalise la même expérience en utilisant une lumière blanche, on observe une tache centrale blanche et des taches latérales irisées .Interpréter l'aspect de la figure observée.**(0,5pt)**

4- Calculer la longueur d'onde de la lumière rouge du laser utilisé lorsqu'elle se propage dans un milieu d'indice $n = 1,5$ ainsi que sa vitesse de propagation dans ce milieu. **(0,5pt)**

II-Désintégration de l'oxygène 15

La tomographie par émission de positrons , (dénommée PET « positron emission tomography »), est une technique d'imagerie médicale pratiquée en médecine nucléaire qui permet d'obtenir des images précises de quelques organes du corps en trois dimensions dans lesquels il pourrait y avoir des maladies comme le cancer . Parmi les substances radioactives utilisées on cite le fluor, l'oxygène, l'azote…

Dans cet exercice on utilise l'oxygène 15($^{15}_{8}O$) qui est l'un des isotopes de l'oxygène .

En PET, on détecte les molécules d'eau (présentes en grande quantité dans le cerveau) en utilisant de l'eau radioactive(eau marquée à l'oxygène 15($^{15}_{8}O$))que l'on injecte au sujet par voie intraveineuse.

L'oxygène 15 se désintègre en un noyau $^{A}_{Z}X$ avec émission d'un positron.

Données : - Constante d'Avogadro **:** $N_A = 6,022.10^{23}\,mol^{-1}$; $1u = 931,494\,MeV.c^{-2}$;

- Masse molaire de l'eau : $M = 18\,g.mol^{-1}$; Masse volumique de l'eau : $\rho = 1\,g.cm^{-3}$;
- Les masses : $m(^{A}_{Z}X) = 15,000109\,u$; $m(^{15}_{8}O) = 15,003066\,u$; $m(^{0}_{1}e) = 5,486.10^{-4}\,u$;
- La demi-vie de l'oxygène 15 : $t_{1/2} = 122\,s$.

1-Écrire l'équation de la réaction de désintégration du noyau d'oxygène15($^{15}_{8}O$) en déterminant A et Z.**(0,5 pt)**

2- Déterminer, en unité MeV, $|\Delta E|$ l'énergie libérée par un noyau d'oxygène 15. **(0,5 pt)**

3- En admettant que le volume d'une injection d'activité initiale $a_0 = 3,7.10^7$ Bq est $V = 5\,cm^3$, trouver la proportion de molécules d'eau marquées dans l'injection. **(0,75 pt)**

4-Pour poursuivre l'examen par PET, on suppose qu'il est nécessaire de procéder à une nouvelle injection lorsque l'activité $a(t_1)$ du noyau d'oxygène 15 restant à l'instant de date t_1 est de l'ordre de $0,15\%$ de l'activité initiale a_0 de l'injection à $t = 0$.
Justifier, par calcul, que l'on puisse faire une nouvelle injection au bout d'un temps proche de $t = 20\,min$.**(0,5 pt)**

Exercice 3 : Electricité(5,5 points)

Les composants tels les résistors, les condensateurs, les bobines, les diodes …sont utilisés dans différents circuits des appareils électriques et électroniques ….

On se propose d'étudier dans cet exercice :

- la réponse d'un dipôle RC à un échelon de tension ascendant ;
- les oscillations libres et forcées dans un circuit RLC série.

On réalise le montage schématisé sur la figure1 comportant :
- un générateur idéal de tension de f.e.m E ;
- un conducteur ohmique de résistance R réglable ;
- un condensateur de capacité C initialement déchargé ;
- un interrupteur K ;
- une bobine (b) d'inductance L et de résistance $r = 12\ \Omega$.

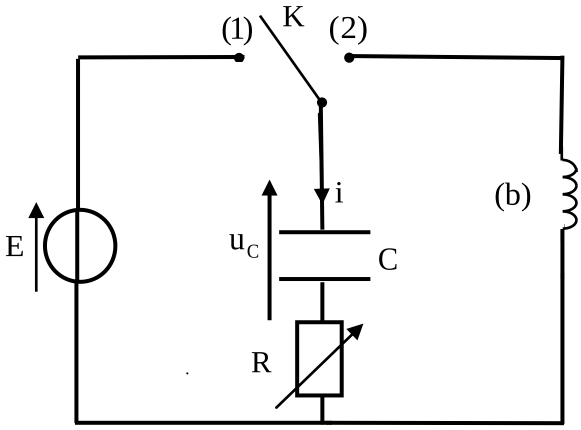


Figure 1

1-Charge du condensateur

On ajuste la résistance R sur la valeur $R = R_0 = 40\,\Omega$.

A l'instant t = 0, on place l'interrupteur K en position (1) .

1-1-Etablir l'équation différentielle vérifiée par la charge $q(t)$ du condensateur. **(0,5pt)**

1-2- La courbe de la figure 2 représente les variations de l'intensité $i(t)$ en fonction de $q(t)$.

En s'aidant du graphe de la figure 2, trouver :

1-2-1-la valeur de E. **(0,25pt)**

1-2-2-la valeur de la constante de temps. **(0,5pt)**

1-3-Vérifier que $C = 2,5\,\mu F$. **(0,25pt)**

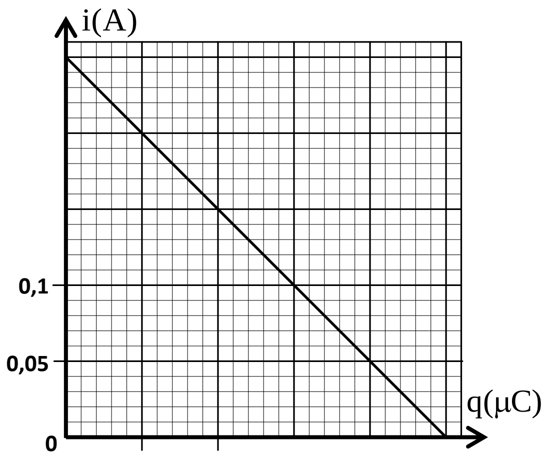


Figure 2

2- Décharge du condensateur dans la bobine :

2-1- On ajuste la résistance R sur une valeur R_1 .

Une fois le régime permanent est établi, on bascule l'interrupteur K en position (2) à un instant pris comme nouvelle origine des dates $(t = 0)$. Un système d'acquisition informatisé adéquat a permis de tracer la courbe représentant la charge $q(t)$ du condensateur (figure3).

2-1-1-Montrer que l'équation différentielle régissant l'évolution de la charge $q(t)$ du condensateur s'écrit :

$\frac{d^2q(t)}{dt^2}+A.\frac{dq(t)}{dt}+B.q(t)=0$ où A et B sont deux constantes positives. **(0,5pt)**

2-1-2- Déterminer la valeur de la tension aux bornes de la bobine juste après le basculement de l'interrupteur K en position (2) .**(0,25pt)**

2-1-3- En considérant que la pseudopériode des oscillations est égale à la période propre du circuit LC, vérifier que $L=1,0\,H$.(On prend $\pi^2=10$).**(0,25pt)**

2-1-4- Calculer l'énergie dissipée par effet Joule dans le circuit entre l'instant $t=0$ et l'instant t_1 indiquée sur la figure 3.**(0,5pt)**

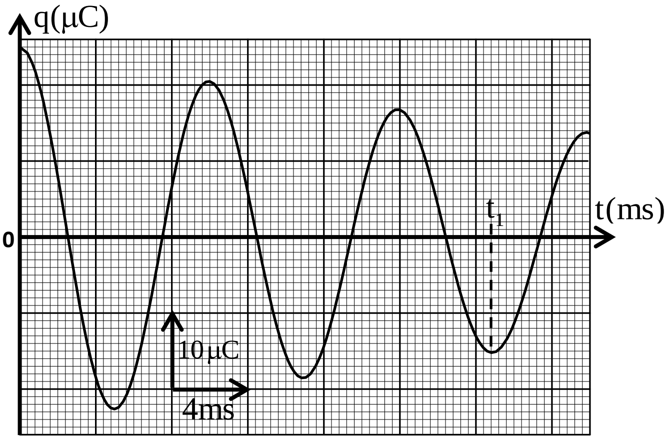


Figure 3

2-2- On fait varier la résistance R, et on constate que pour $A>2\sqrt{B}$ le régime des oscillations est apériodique. Dans ce cas la résistance totale du circuit est supérieure à une valeur R_c .

En utilisant les équations aux dimensions, vérifier que l'expression de R_c a la dimension d'une résistance et déterminer la valeur minimale de R . **(0,75pt)**

3-Les oscillations électriques forcées dans un circuit RLC série

On alimente le circuit, formé par les dipôles précédemment utilisés(la bobine(b), le conducteur ohmique de résistance réglable R et le condensateur de capacité C)par un générateur GBF délivrant une tension alternative sinusoïdale $u(t)=U_m\cos(2.\pi.N.t+\varphi)$ de fréquence N variable (figure 4).

L'intensité du courant passant dans le circuit s'écrit : $i(t)=I_m\cos(2.\pi.N.t)$.

On ajuste la résistance R sur la valeur R_2 .

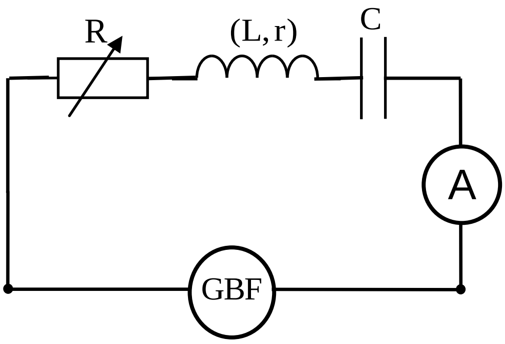


Figure 4

On visualise, à l'aide d'un système d'acquisition informatique adéquat, la tension $u_R(t)$ aux bornes du conducteur ohmique sur la voie Y_A et la tension $u(t)$ aux bornes du générateur sur la voie Y_B . On obtient l'oscillogramme représenté sur la figure 5.

3-1-Déterminer l'intensité indiquée par l'ampèremètre sachant que l'impédance du circuit mesurée est $Z\simeq 390,4\,\Omega$. **(0,5pt)**

3-2- Calculer la valeur de R_2 .**(0,5pt)**

3-3-Ecrire l'expression numérique de la tension $u(t)$.**(0,75pt)**

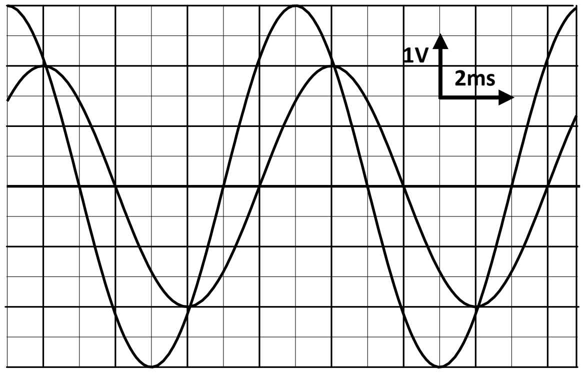


Figure 5

Exercice 4 : Mécanique(3,25 points)

Les parties I et II sont indépendantes

Partie I : Etude du mouvement d'un skieur

On étudie dans cette partie le mouvement d'un skieur sur un plan incliné dans deux cas :

- **Premier cas** : la force de frottement fluide exercée par l'air est négligeable,
- **Deuxième cas** : la force de frottement fluide exercée par l'air n'est pas négligeable.

Un skieur glisse sur une piste plane inclinée d'un angle $\alpha = 45^\circ$ par rapport au plan horizontal, selon la ligne de plus grande pente (Figure 1).

On modélise le skieur et ses accessoires par un système solide (S) de masse $m = 75\,kg$ et de centre d'inertie G.

On étudie le mouvement de G dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ lié à un référentiel terrestre supposé galiléen.

A l'instant $t = 0$, le skieur part sans vitesse initiale. A cet instant, G coïncide avec l'origine O du repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ (Figure 1).

On prendra l'accélération de la pesanteur : $g = 10\ m.s^{-2}$ et on négligera la poussée d'Archimède.

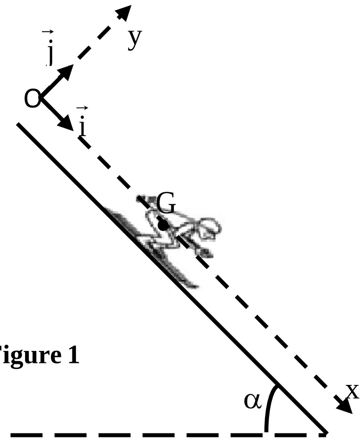


Figure 1

1- Premier cas :Mouvement du skieur sans frottement fluide

Le contact entre le plan incliné et le système (S) se fait avec frottement solide. La piste exerce sur le skieur une force $\vec{R}$ ayant une composante tangentielle $\vec{T}$ et une composante normale $\vec{N}$. Lors du mouvement du skieur, les intensités de $\vec{T}$ et de $\vec{N}$ sont liées par la relation $T = k.N$ avec k une constante.

1-1- En appliquant la deuxième loi de Newton, exprimer l'accélération du mouvement de G en fonction de g, α et k. **(0,5pt)**

1-2- La courbe de la figure 2, représente la variation de la vitesse v du centre d'inertie G en fonction du temps.
Déterminer graphiquement l'accélération du mouvement. **(0,25pt)**

1-3-Vérifier que $k \simeq 0,9$. **(0,25pt)**

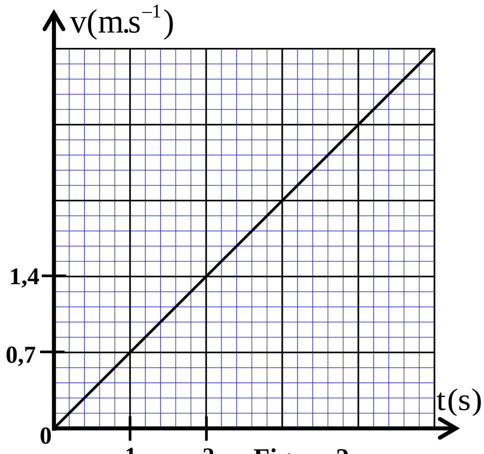


Figure 2

2- Deuxième cas :Mouvement du skieur avec frottement fluide

En plus des mêmes forces exercées sur (S) dans le premier cas, (S) est soumis à des frottements fluides dûs à l'air que l'on modélise par la force $\vec{F} = -\lambda\vec{v}$, où v est la vitesse du centre d'inertie G à un instant t et λ une constante positive de valeur $\lambda = 5$ S.I. .

2-1- En utilisant la deuxième loi de Newton, montrer que l'équation différentielle du mouvement de G s'écrit : $\frac{dv}{dt} + A.v + B = 0$ avec $\vec{v} = v\vec{i}$ et A et B deux constantes.**(0,5pt)**

2-2-Déterminer la valeur de la vitesse limite v_ℓ du mouvement.**(0,25pt)**

2-3-En s'aidant du tableau ci-contre et en utilisant la méthode d'Euler, déterminer la vitesse v_2 du mouvement de (S).(le pas de calcul est $\Delta t = t_2 - t_1$) .**(0,5pt)**

t(s)	$v(m.s^{-1})$	$a_G(m.s^{-2})$
$t_1 = 14$	$v_1 = 6,30$	a_1
$t_2 = 15,4$	v_2	a_2

Partie II :Mouvement d'une sphère chargée dans le champ de pesanteur et dans un champ électrique

Deux plaques métalliques verticales (A)et (C) sont placées dans le vide à une distance **d** l'une de l'autre et sont soumises à une tension $V_A - V_C = U_0$ positive. La longueur de chaque plaque est ℓ. Entre les deux plaques, règne un champ électrostatique uniforme $\vec{E}$ (figure 3).

Une petite sphère (S) pesante de masse m, portant une charge positive q, est abandonnée sans vitesse initiale à l'instant $t = 0$ du point M_0.

On étudie le mouvement du centre d'inertie G de la sphère (S) dans un repère orthonormé $R(O,\vec{i},\vec{j})$ lié au référentiel terrestre considéré galiléen. Les coordonnées du point M_0 dans le repère $R(O,\vec{i},\vec{j})$ sont : ($x_0 = \frac{d}{2}; y_0 = \ell$)(figure 3).Entre les deux plaques la sphère est soumise en plus de son poids à la force électrostatique $\vec{F} = q\vec{E}$.

Données : $g = 10\,m.s^{-2}$; $\ell = 1m$; $d = 4cm$; $\alpha = \frac{q}{m} = 10^{-6}\,C.kg^{-1}$.

On rappelle que : $E = \frac{U_0}{d}$.

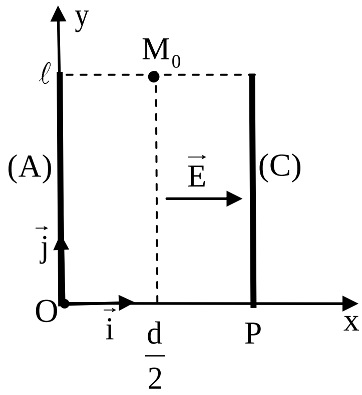


Figure 3

1- En appliquant la deuxième loi de Newton, établir les équations horaires du mouvement x(t) et y(t) du centre d'inertie G en fonction de U_0 et de t (en unité S.I.). **(0,5 pt)**

2-Déduire l'équation de la trajectoire du centre d'inertie G de la sphère.**(0,25 pt)**

3-Pour une valeur déterminée de la tension U_0, la trajectoire du centre d'inertie G de la sphère passe par le point P de coordonnées $(d, 0)$.

Montrer que $U_0 = 8\,kV$. **(0,25 pt)**

Correction de l'examen national de baccalauréat
Session normale 2019 science math A et B

Exercice 1 : Chimie (6,5 points)

Première partie : dosage de l'acide lactique dans un lait

1-Préparation de la solution aqueuse d'hydroxyde de sodium

1-1-Etablissement de l'expression de pH :

D'après le produit ionique de l'eau : $K_e = [H_3O^+]_{éq}.[HO^-]_{éq} \quad \Longrightarrow [H_3O^+]_{éq} = \frac{K_e}{[HO^-]_{éq}}$

On a : $pH = -\log[H_3O^+]_{éq} \quad \Longrightarrow \quad pH = -\log\left(\frac{K_e}{[HO^-]_{éq}}\right)$

L'hydroxyde de sodium se dissocie totalement dans l'eau : $[HO^-]_{éq} = C_B$

$$pH = -\log\left(\frac{K_e}{C_B}\right) \quad \Longrightarrow pH = \log\left(\frac{C_B}{K_e}\right) \Longrightarrow pH = \log C_B - \log K_e \ (1)$$

1-2-Vérification de la valeur de C_B :

D'après la relation (1) : $pH = \log\left(\frac{C_B}{K_e}\right) \quad \Longrightarrow \frac{C_B}{K_e} = 10^{pH} \quad \Longrightarrow C_B = K_e.10^{pH}$

A.N : $C_B = 10^{-14}.10^{12{,}70} \quad \Longrightarrow C_B = 5{,}0.10^{-2}\ mol.L^{-1}$

2-Contrôle de la qualité d'un lait de vache

2-1-L'équation de la réaction du dosage :

$$HA_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \longrightarrow A^-_{(aq)} + H_2O_{(l)}$$

2-2-Etablissement de la relation de C_A :

Le tableau d'avancement :

L'équation de la réaction		$HA_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \longrightarrow A^-_{(aq)} + H_2O_{(l)}$			
L'état du système	avancement	Quantités de matière en (mol)			
initial	0	$C_A.V_A$	$C_B.V_{BE}$	0	En excès
intermédiaire	x	$C_A.V_A - x$	$C_B.V_{BE} - x$	x	En excès
équivalence	x_E	$C_A.V_A - x_E$	$C_B.V_{BE} - x_E$	x_E	En excès

A l'équivalence les deux réactifs HA et HO^- sont limitants :

$$\begin{cases} C_A.V_A - x_E = 0 \\ C_B.V_{BE} - x_E = 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} C_A.V_A = x_E \\ C_B.V_{BE} = x_E \end{cases} \Longrightarrow C_A.V_A = C_B.V_{BE} \Longrightarrow C_A = \frac{C_B.V_{BE}}{V_A}$$

2-3- Etablissement de la relation :

La constante d'acidité : $K_A = \frac{[A^-]_{éq}.[H_3O^+]_{éq}}{[HA]_{éq}} = 10^{-pH}.\frac{[A^-]_{éq}}{[HA]_{éq}}$

Avant l'équivalence $0 < V_B < V_{BE}$ le réactif limitant est HO^- donc : $x_{max} = C_B.V_B$

$$[A^-]_{éq} = \frac{x_{max}}{V_A+V_B} = \frac{C_B.V_B}{V_A+V_B} \quad ; \quad [HA]_{éq} = \frac{C_A.V_A - x_{max}}{V_A+V_B} = \frac{C_B.V_{BE} - C_B.V_B}{V_A+V_B}$$

$$K_A = 10^{-pH}.\frac{\frac{C_B.V_B}{V_A+V_B}}{\frac{C_B.V_{BE} - C_B.V_B}{V_A+V_B}} = 10^{-pH}.\frac{V_B}{V_{BE}-V_B}$$

$$V_B.10^{-pH} = K_A.(V_{BE} - V_B)$$

2-4-1-Détermination du volume V_B et déduction de C_A :

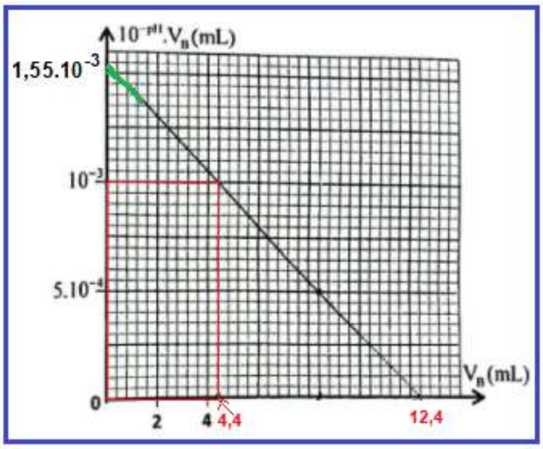
La courbe $V_B.10^{-pH} = f(V_B)$ est une fonction affine, son équation s'écrit : $V_B.10^{-pH} = aV_B + b \ (2)$

a est le coefficient directeur : $a = \frac{10^{-3}-0}{4{,}4.10^{-3} - 12{,}4.10^{-3}} = -0{,}125$

b L'ordonnée à l'origine : $0 = a.12{,}4.10^{-3} + b \Longrightarrow b = 0{,}125 \times 12{,}4.10^{-3} = 1{,}55.10^{-5}$

D'après la relation (2) : $V_B.10^{-pH} = aV_B + b \Longrightarrow V_B.10^{-pH} = K_A.V_{BE} - K_A.V_B \ (3)$

En comparant les relations (1) et (2) on écrit :



$$\begin{cases} a = -K_A \\ b = K_A.V_{BE} \end{cases} \Longrightarrow \frac{b}{a} = \frac{K_A.V_{BE}}{-K_A} = -V_{BE}$$

$$V_{BE} = -\frac{b}{a}$$

$$V_{BE} = -\frac{-1{,}55.10^{-5}}{-0{,}125} = 12{,}4.10^{-3}\ L$$

$$V_{BE} = 12{,}4\ mL$$

Déduction de C_B :

$$C_A = \frac{C_B.V_{BE}}{V_A} \Longrightarrow C_A = \frac{5.10^{-2} \times 12{,}4}{25} \Longrightarrow C_A = 2{,}48.10^{-2}\ mol.L^{-1}$$

2-4-2-Détermination de pK_A :

On a : $a = -K_A \Longrightarrow K_A = -a$

$$pK_A = -\log K_A = -\log(-a)$$

$$pK_A = -\log(1{,}55.10^{-5}) \Longrightarrow pK_A = 3{,}90$$

2-5- Le lait étudié est-il frais ?

$$C_A.V = \frac{m}{M} \Longrightarrow m = C_A.M.V$$

$$m = 2{,}48.10^{-2} \times 90 \times 1 = 2{,}23\ g$$

On a : $\begin{cases} 1{,}0.10^{-1}\ g \rightarrow 1\ °D \\ 2{,}23\ g \rightarrow x°\ D \end{cases} \Longrightarrow x°D = 22{,}32\ °D$

On remarque $22{,}32\ °D > 18\ °D$, donc le lait étudié n'est pas frais.

Deuxième partie : Pile chrome-argent

1- L'équation bilan Lors du fonctionnement de la pile :

Au niveau de l'anode se produit l'oxydation de chrome : $\mathbf{Cr_{(s)} \rightleftarrows Cr^{3+}_{(aq)} + 3e^-}$

Au niveau de la cathode se produit la réduction des ions Ag^+ : $3 \times \left(\mathbf{Ag^+_{(aq)} + e^- \rightleftarrows Ag_{(s)}}\right)$

L'équation bilan : $\mathbf{3Ag^+_{(aq)} + Cr_{(s)} \longrightarrow Cr^{3+}_{(aq)} + 3Ag_{(s)}}$

2- L'avancement à t_1:

Le tableau d'avancement :

Etat du système	$3Ag^+_{(aq)}$ +	$Cr_{(s)}$	$\longrightarrow$	$Cr^{3+}_{(aq)}$ +	$3Ag_{(s)}$	Quantité d'é
Initial	$C_1.V$	$n_i(Cr)$		$C_2.V$	$n_i(Ag)$	$n(e^-) = 0$
Pendant la durée t_1	$C_1.V - 3x$	$n_i(Cr) - x$		$C_1.V + x$	$n_i(Ag) + 3x$	$n(e^-) = 3x$

La variation de la masse de l'électrode de chrome est $\Delta m\ (Cr)$:

$$\begin{cases} \Delta n(Cr) = -x \\ \Delta n(Cr) = \dfrac{\Delta m(Cr)}{M(Cr)} \end{cases} \Longrightarrow \frac{\Delta m(Cr)}{M(Cr)} = -x \Longrightarrow x = \frac{|\Delta m(Cr)|}{M(Cr)} \Longrightarrow x = \frac{52.10^{-3}}{52} = 10^{-3}\ mol.L^{-1}$$

3- La concentration des ions Cr^{3+} à t_1 :

$$[Cr^{3+}] = \frac{n(Cr^{3+})}{V} = \frac{C_1.V + x}{V} \Longrightarrow [Cr^{3+}] = C_1 + \frac{x}{V} \Longrightarrow [Cr^{3+}] = 0{,}1 + \frac{10^{-3}}{0{,}1} = 0{,}11\ mol.L^{-1}$$

4- La valeur de t_1 :

$$\begin{cases} Q = n(e^-).F \\ Q = I_0.t_1 \end{cases} \Longrightarrow I_0.t_1 = n(e^-).F \Longrightarrow t_1 = \frac{n(e^-).F}{I_0} \Longrightarrow t_1 = \frac{3x.F}{I_0}$$

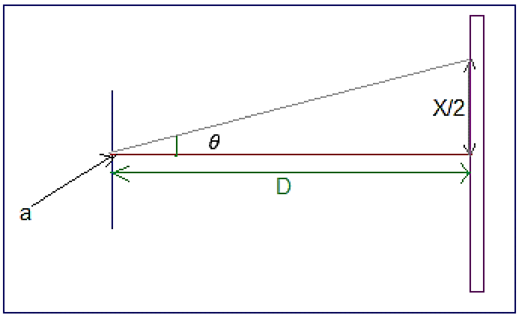
$$t_1 = \frac{3 \times 10^{-3} \times 96500}{50.10^{-3}} = 5{,}79.10^3\ s \Longrightarrow t_1 = 1h\ 36\ min\ 30\ s$$

Exercice 2 : Ondes (2,5 points)-Transformation nucléaires (2,25 points)

I – Diffraction de la lumière

1- Le nombre d'affirmations fausses :

4-affirmations fausses.



2-1- L'expression de θ :

D'après la figure ci-contre : $\tan\theta = \frac{X}{2D}$

L'écart angulaire est très petit, on écrit :

$\tan\theta \approx \theta$ Donc : $\theta = \frac{X}{2D}$ (1)

2-2- Montrons que le rapport $\frac{\lambda}{D}$ est constant :

L'expression de L'écart angulaire θ : $\theta = \frac{\lambda}{a}$ (2)

D'après (1) et (2) : $\frac{\lambda}{a} = \frac{X}{2D}$ on écrit : $\frac{\lambda}{X} = \frac{a}{2D}$

$$\begin{cases} a = cte \\ D = cte \end{cases} \Rightarrow \frac{\lambda}{X} = cte$$

Déduction de λ_2 :

$$\begin{cases} \lambda_2 = \frac{a}{2D}.X_2 \\ \lambda_1 = \frac{a}{2D}.X_1 \end{cases} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\frac{a}{2D}.X_2}{\frac{a}{2D}.X_1} \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{X_2}{X_1} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{X_2}{X_1}.\lambda_1$$

$$\lambda_2 = \frac{5{,}4\ \text{cm}}{6{,}0\ \text{cm}} \times 632{,}8\ \text{nm} \Rightarrow \lambda_2 = 569{,}5\ \text{nm}$$

3- Interprétation de l'aspect observé :

Puisque la lumière blanche est polychromatique est la $\theta = \frac{\lambda}{a}$ donc les différentes longueurs d'onde qui constitues la lumière blanche vont être diffractés à des ongles différentes : sur l'écran on observe une tache blanche au milieu car tous les longueurs d'onde qui constitues la lumière blanche se retrouve dans la tache centrale.

4- Calcul de λ_R et V_R :

On a : $n = \frac{\lambda_1}{\lambda_R} \Rightarrow \lambda_R = \frac{\lambda_1}{n}$ A.N : $\lambda_R = \frac{632{,}8}{1{,}5} \Rightarrow \lambda_R = 421{,}86\ \text{nm}$

On a : $n = \frac{c}{V} \Rightarrow V = \frac{c}{n}$ A.N : $V = \frac{3.10^8}{1{,}5} \Rightarrow V = 2.10^8\ \text{m.s}^{-1}$

II – Désintégration de l'oxygène 15

1- L'équation de désintégration de ${}^{15}_{8}O$:

$$\mathbf{{}^{15}_{8}O \longrightarrow {}^{A}_{Z}X + {}^{0}_{1}e}$$

D'après les lois de Soddy :

$$\begin{cases} 15 = A + 0 \\ 8 = Z + 1 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} A = 15 \\ Z = 8 - 1 = 7 \end{cases}$$

$$\mathbf{{}^{15}_{8}O \longrightarrow {}^{15}_{7}X + {}^{0}_{1}e}$$

2- Détermination de $|\Delta E|$:

$$\Delta E = \Delta m.c^2 \Longrightarrow \Delta E = \left[m\left({}^{A}_{Z}X\right) + m\left({}^{0}_{1}e\right) - m\left({}^{15}_{8}O\right)\right].c^2$$

$$\Delta E = (15{,}000109 + 5{,}486.10^{-4} - 15{,}00)u.c^2 = -2{,}4084 \times 931{,}5MeV.c^{-2}.c^2$$

$$|\Delta E| = 2{,}2434\ \text{Mev}$$

3- La portion de molécules d'eau dans l'injection :

$$p = \frac{N_0}{N}$$

N_0 : Le nombre de molécules d'eau qui contient ${}^{15}_{8}O$.

N : Le nombre total des molécules d'eau.

$$\frac{N}{N_A} = \frac{m}{M(H_2O)} \Longrightarrow N = \frac{m}{M(H_2O)}.N_A$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Longrightarrow m = \rho.V \Longrightarrow m = \frac{\rho.V}{M(H_2O)}.N_A$$

On a : $a_0 = \lambda.N_0$ avec : $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$

$$N_0 = \frac{a_0}{\lambda} = \frac{a_0.t_{1/2}}{\ln 2}$$

$$p = \frac{a_0.t_{1/2}}{\ln 2}.\frac{M(H_2O)}{\rho.V.N_A}$$

$$p = \frac{3{,}7.10^7 \times 122 \times 18}{\ln 2.6{,}022.10^{23} \times 1 \times 5} = 3{,}89.10^{-14} \Longrightarrow p = 3{,}89.10^{-16}\ \%$$

4- Justification par calcul :

D'après la loi de désintégration radioactive :

$$a(t_1) = a_0.e^{-\lambda.t_1} \Longrightarrow \frac{a(t_1)}{a_0} = e^{-\lambda.t_1} \Longrightarrow -\lambda.t_1 = \ln\left(\frac{a(t_1)}{a_0}\right) \Longrightarrow t_1 = -\frac{t_{1/2}}{\ln 2}.\ln\left(\frac{a(t_1)}{a_0}\right)$$

$$t_1 = -\frac{122}{\ln 2}.\ln\left(\frac{0,15}{100}\right) = 1144,46\ s \implies t_1 \approx 19\ min$$

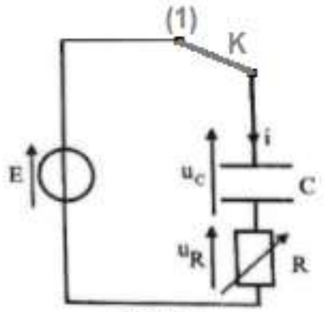
Donc à l'instant $t = 20min$, on peut faire une nouvelle injection.

Exercice 3 : Electricité (5,5 points)

1-Charge du condensateur

1-1- L'équation différentielle vérifiée par $q(t)$:

D'après la loi d'additivité des tensions et la loi d'ohm :



الشكل 1

$$u_R + u_C = E \implies R_0.C.i(t) + C.u_C = C.E$$

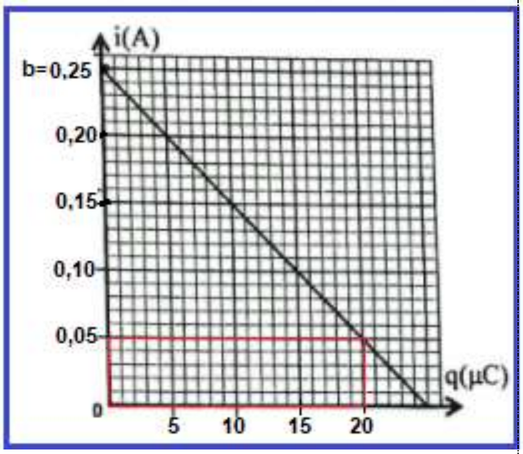
$$R_0.C.\frac{dq(t)}{dt} + q(t) = C.E$$

$$\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{R_0.C}.q(t) = \frac{E}{R_0}$$

1-2- En se basant sur le graphe de la figure 2 :

L'équation de la courbe : $i(t) = a.t + b$

D'après l'équation différentielle l'expression de i(t) s'écrit : $i(t) = -\frac{1}{R_0.C}.q(t) + \frac{E}{R_0}$ (2)



On comparant (1) et(2), on a le coefficient directeur : $a = -\frac{1}{R_0.C} = -\frac{1}{\tau}$

et b l'ordonnée à l'origine : $b = \frac{E}{R_0}$

1-2-1- La valeur de E :

$b = \frac{E}{R_0} \implies E = b.R_0$ graphiquement on trouve : $b = 0,25\ A$

$$E = 0,25 \times 40 = 10\ V$$

1-2-2- La valeur de τ :

$$a = -\frac{1}{\tau} \implies \tau = -\frac{1}{a}$$

$$a = \frac{\Delta i}{\Delta q} = \frac{0,25 - 0,05}{0 - 20.10^{-6}} = -10^{-4}\ s^{-1}$$

$$\tau = 10^{-4}\ s$$

1-3- Vérification de la valeur de C :

$$\tau = R_0.C \implies C = \frac{\tau}{R_0}$$

$$C = \frac{10^{-4}}{40} = 2{,}5.10^{-6}\ \mathrm{F} \implies C = 2{,}5\ \mu\mathrm{F}$$

2- Décharge du condensateur dans la bobine

2-1-1- L'équation différentielle vérifiée par $q(t)$:

D'après la loi d'additivité des tensions :

$$u_C + u_R + u_L = 0$$

$$C.u_C + R_1.C.i(t) + r.C.i(t) + L.C.\frac{di}{dt} = 0$$

$$q(t) + (R_1 + r).C.\frac{dq(t)}{dt} + L.C.\frac{d^2q(t)}{dt^2} = 0$$

$$\frac{d^2q(t)}{dt^2} + \underbrace{\left(\frac{R_1 + r}{C}\right)}_{=A}.\frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{\underbrace{L.C}_{=B}}.q(t) = 0$$

On pose : $A = \frac{R_1+r}{C}$ et $B = \frac{1}{L.C}$

$$\frac{d^2q(t)}{dt^2} + A.\frac{dq(t)}{dt} + B.q(t) = 0$$

2-1-2- La valeur de u_L la tension aux bornes de la bobine :

A t=0 l'instant ou K est en la position (2) :

$$u_C(0) + u_R(0) + u_L(0) = 0$$

$$u_R(0) = R_1.\underbrace{i(0)}_{=0} = 0 \text{ و } u_C(0) = E$$

$$u_L(0) = -u_C(0) = -E \implies u_L(0) = -10\ \mathrm{V}$$

2-1-3- Vérifions que $L = 1{,}0\mathrm{H}$:

On a : $T_0 = 2\pi\sqrt{L.C}$

$$T_0^2 = 4\pi^2 L.C \iff L = \frac{T_0^2}{4\pi^2.C}$$

Graphiquement : $T = 10\ \mathrm{ms}$, sachant que $T = T_0$:

$$L = \frac{(10.10^{-3})^2}{4 \times 10 \times 2{,}5.10^{-6}} \implies L = 1{,}0\ \mathrm{H}$$

2-1-4- L’énergie dissipée par effet Joule :

On a : $$\Delta E_T = E_T(t_1) - E_T(t=0)$$

A l’instant t_1 :

$$E_T(t_1) = E_m(t_1) + E_e(t_1) = \frac{1}{2}L.i_1^2 + \frac{1}{2C}.q_1^2$$

Graphiquement on a : $q_1 = q_{1min} = -1{,}5 \times 10 = -15\ \mu C \Longrightarrow E_e(t_1)$ maximale et $i_1 = 0 \Longrightarrow E_m(t_1) = 0$

$$E_{T1} = \frac{1}{2C}.q_1^2$$

A l’instant $t = 0$:

Graphiquement on a : $q_0 = q_{0max} = 2{,}5 \times 10 = 25\ \mu C \Longrightarrow E_e(t=0)$ maximale et $i_0 = 0 \Longrightarrow E_m(t=0) = 0$

$$E_{T0} = \frac{1}{2C}.q_0^2$$

$$\Delta E = \frac{1}{2C}.q_1^2 - \frac{1}{2C}.q_0^2 \Longrightarrow \Delta E = \frac{1}{2C}.(q_1^2 - q_0^2)$$

$$\Delta E = \frac{1}{2 \times 2{,}5.10^{-6}} \times [(-15.10^{-6})^2 - (25.10^{-6})^2] = -8.10^{-5}\ J = -80\ \mu J$$

$$\Delta E = -80\ \mu J$$

2-2- La valeur minimale de R :

On a : $$A > 2\sqrt{B}$$

$$\frac{R+r}{L} > 2\sqrt{\frac{1}{L.C}} \Longrightarrow R_T > 2L.\frac{1}{\sqrt{L.C}} \Longrightarrow R_T > 2\sqrt{\frac{L}{C}} \Longrightarrow R_T > R_C$$

On a : $$R_C = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$[R_C] = \left(\frac{[L]}{[C]}\right)^{1/2}$$

$$[L] = \frac{[U].[t]}{[I]} \quad ; \quad [C] = \frac{[I].[t]}{[U]}$$

$$[R_C] = \left(\frac{[U]^2}{[I]^2}\right)^{1/2} = \frac{[U]}{[I]} \Longrightarrow [R_C] = [R]$$

R_C à les dimensions de la résistance.

- La valeur minimale de R :

$$R_T > R_C \Rightarrow R + r > R_C \Rightarrow R > R_C - r \Rightarrow R > 2\sqrt{\frac{L}{R}} - r \Rightarrow R_{min} = 2\sqrt{\frac{L}{R}} - r$$

$$R_{min} = 2\sqrt{\frac{1}{R = 2{,}5.10^{-6}}} - 12 = 1252{,}91\Omega \Rightarrow R_{min} = R \approx 1253\ \Omega$$

3- Les oscillations électriques forcées dans un circuit RLC série

3-1- L'intensité du courant indiquée par l'ampèremètre :

On a : $Z = \frac{U}{I_{eff}} \Rightarrow I_{eff} = \frac{U}{Z}$ et $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$

$$I_{eff} = \frac{U_m}{Z\sqrt{2}}$$

Graphiquement : $U_m = 3V$

A. N : $I_{eff} = \frac{3}{390{,}4\sqrt{2}} = 5{,}43.10^{-3}\ A \Rightarrow I_{eff} = 5{,}43\ mA$

3-2- Calcul de la valeur de R_2 :

$$U_{Rm} = R_2.I_m \Rightarrow R_2 = \frac{U_{Rm}}{I_m} \Rightarrow R_2 = \frac{U_{Rm}}{I_{eff}.\sqrt{2}}$$

$$R_2 = \frac{2}{5{,}43.10^{-3} \times \sqrt{2}} = 260{,}44\ \Omega \Rightarrow R_2 \approx 260\ \Omega$$

3-3- L'expression numérique de la tension $u(t)$:

Graphiquement : $\begin{cases} T = 4 \times 2ms = 8\ ms \Rightarrow N = \frac{1}{T} = \frac{1}{8.10^{-3}} = 125\ Hz \\ U_m = 3\ V \end{cases}$

$$|\varphi| = \frac{2\pi}{T}.\tau = \frac{2\pi}{8} \times 1 = \frac{\pi}{4}$$

La tension $u(t)$ est en avance de phase par rapport à l'intensité du courant $i(t)$: $\varphi > 0 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4}$

$$u(t) = U_m.\cos(2\pi N.t + \varphi) \Rightarrow u(t) = 3.\cos\left(250\pi.t + \frac{\pi}{4}\right)$$

Exercice 4 : Mécanique (3,25 points)

Partie I : Etude du mouvement d'un skieur

1- Première cas : Mouvement du skieur sans frottement

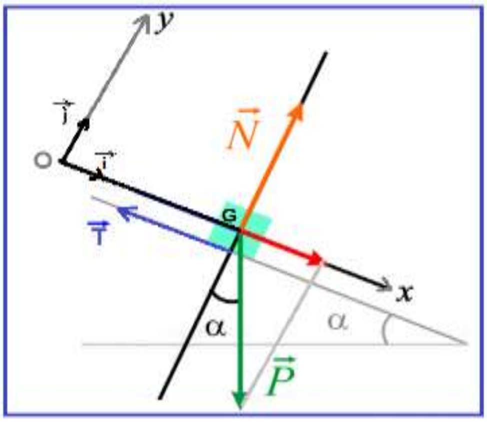
1-1- L'expression de a_G :

- Système étudié : $\{\text{Système (S)}\}$
- Bilan des forces :

➢ $\vec{P}$: son poids

➢ $\vec{R}$: action de la piste tel que : $\vec{R} = \vec{N} + \vec{T}$

  - $\vec{N}$: la composante normale du plan incliné
  - $\vec{T}$: la composante tangentielle du plan incliné
  - Application de la deuxième loi de Newton, dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ lié à un référentiel terrestre supposé galiléen.



$$\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}_G \Rightarrow \vec{P} + \vec{N} + \vec{T} = m.\vec{a}_G$$

- Projection sur Ox :

$$P_x + 0 + T_x = m.a_x \Rightarrow P.\sin\alpha - T = m.a_G \Rightarrow m.g.\sin\alpha - T = m.a_G$$

$$a_G = g.\sin\alpha - \frac{T}{m}$$

- Projection sur Oy :

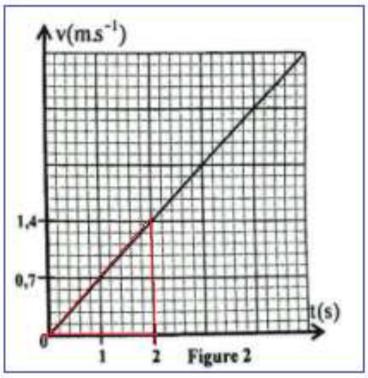
$$P_y + N_y = m.a_y \Rightarrow -P.\cos\alpha + N = 0 \Rightarrow N = m.g.\cos\alpha$$

On a : $k = \frac{T}{N} \Rightarrow T = k.N$

$$a_G = g.\sin\alpha - \frac{T}{m} \Rightarrow a_G = g.\sin\alpha - \frac{k.N}{m} \Rightarrow a_G = g.\sin\alpha - \frac{k.m.g.\cos\alpha}{m}$$

$$a_G = g.\sin\alpha - k.g.\cos\alpha \Rightarrow a_G = g.(\sin\alpha - k.\cos\alpha)$$

1-2- La détermination graphique de a_G :



La courbe $v = f(t)$ est une fonction linéaire, son équation s'écrit :

$v = a_G.t$ avec a_G est le coefficient directeur :

$$a_G = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a_G = \frac{1,4 - 0}{2 - 0} \Rightarrow \quad a_G = 0,7\ m.s^{-2}$$

1-3- Vérification de la valeur de k :

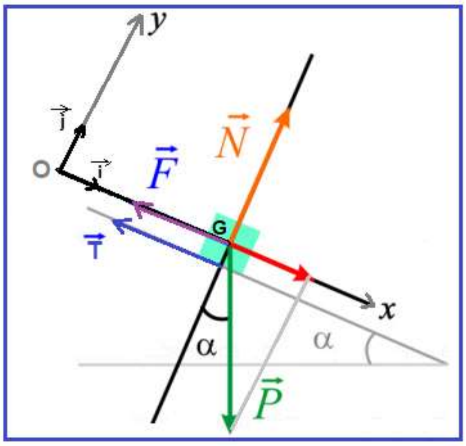
$$a_G = g.(\sin\alpha - k.\cos\alpha) \Rightarrow \frac{a_G}{g} = \sin\alpha - k.\cos\alpha \Rightarrow k.\cos\alpha = \sin\alpha - \frac{a_G}{g}$$

$$k = \frac{1}{\cos\alpha}\left(\sin\alpha - \frac{a_G}{g}\right) \xrightarrow{\text{ت.ع :}} k = \frac{1}{\cos(45°)}\left(\sin(45°) - \frac{0,7}{10}\right) \Rightarrow k = 0,9$$

Deuxième cas : Mouvement du skieur avec frottement fluide

2-1- L'équation différentielle :

- Système étudié : {Système (S)}
- Bilan des forces :



➢ $\vec{P}$: son poids

➢ $\vec{R}$: action de la piste tel que : $\vec{R} = \vec{N} + \vec{T}$

  ▪ $\vec{N}$: la composante normale du plan incliné

  ▪ $\vec{T}$: la composante tangentielle du plan incliné

➢ $\vec{F}$: force de frottement fluide tel que $\vec{F} = -\lambda.\vec{V}$ son intensité : $F = \lambda.V$

- Application de la deuxième loi de Newton, dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ lié à un référentiel terrestre supposé galiléen :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}_G \Longrightarrow \vec{P} + \vec{N} + \vec{T} + \vec{F} = m.\vec{a}_G$$

- Projection sur Ox :

$$P_x + 0 + T_x + F_x = m.a_x \Longrightarrow P.\sin\alpha - T - \lambda.V = m.\frac{dV}{dt} \Longrightarrow m.g.\sin\alpha - T - \lambda.V = m.\frac{dV}{dt}$$

$$g.\sin\alpha - \frac{T}{m} - \frac{\lambda}{m}.V = \frac{dV}{dt} \Longrightarrow \frac{dV}{dt} + \frac{\lambda}{m}.V + \frac{T}{m} - g.\sin\alpha = 0$$

On pose : $A = \frac{\lambda}{m}$ et $B = \frac{T}{m} - g.\sin\alpha$ $\Longrightarrow$ L'équation différentielle s'écrit : $\frac{dV}{dt} + A.V + B = 0$

2-2- La valeur de la vitesse limite V_ℓ :

En régime permanant on a : $V_\ell = cte \Longrightarrow \frac{dV_\ell}{dt} = 0$

$$0 + A.V_\ell + B = 0 \Longrightarrow V_\ell = -\frac{B}{A} \Longrightarrow V_\ell = -\frac{\frac{T}{m} - g.\sin\alpha}{\frac{\lambda}{m}} = \frac{m.g.\sin\alpha - T}{\lambda} = \frac{m.g.\sin\alpha - k.N}{\lambda}$$

$$V_\ell = \frac{m.g.\sin\alpha - k.m.g.\cos\alpha}{\lambda} \Longrightarrow V_\ell = m.g\frac{\sin\alpha - k.\cos\alpha}{\lambda}$$

$$V_\ell = 75 \times 10 \times \frac{\sin(45°) - 0,9 \times \cos(45°)}{5} \Longrightarrow V_\ell = 10,6\ m.s^{-1}$$

2-3-La valeur de V_2:

La méthode d'Euler : $V_2 = a_1.\Delta t + V_1$

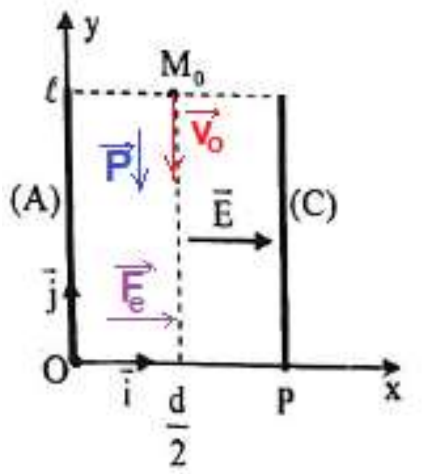
D'après l'équation différentielle : $\frac{dV}{dt} + A.V + B = 0 \Longrightarrow a_1 = -B - A.V_1$

$$V_2 = (-B - A.V_1).\Delta t + V_1$$

$$V_2 = (-(-0{,}71) - 0{,}067 \times 6{,}30) \times 1{,}40 + 6{,}30 \Longrightarrow V_2 = 6{,}70\ m.s^{-1}$$

Partie II : Mouvement d'une sphère chargée dans le champ de pesanteur et dans un champ électrique

1- Les équations horaires du mouvement $x(t)$ et $y(t)$:



- Système étudié : $\{\text{la sphère } (S)\}$
- Bilan des forces :
  - $\vec{P}$: son poids, tel que : $\vec{P} = m.\vec{g}$
  - $\vec{F}$: force électrostatique, tel que : $\vec{F} = q.\vec{E}$
- Application de la deuxième loi de Newton, dans le repère $R(O, \vec{i}, \vec{j})$ lié à un référentiel terrestre supposé galiléen :

$$\sum \vec{F} = m.\vec{a}_G \Longrightarrow \vec{F} + \vec{P} = m.\vec{a}_G \Longrightarrow q.\vec{E} + m.\vec{g} = m.\vec{a}_G$$

$$\vec{a}_G = \vec{g} + \frac{q}{m}.\vec{E}$$

D'après les conditions initiales :

$$\vec{E}\begin{cases} E_x = E & \rightarrow (\vec{E} \parallel \overrightarrow{Ox}) \\ E_y = 0 & \rightarrow (\vec{E} \perp \overrightarrow{Oy}) \end{cases} \quad ; \quad \vec{g}\begin{cases} g_x = 0 & \rightarrow (\vec{g} \perp \overrightarrow{Ox}) \\ g_y = -g & \rightarrow (\vec{E} \parallel \overrightarrow{Oy}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_1 = V_{0x} = 0 \\ C_2 = V_{0y} = 0 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} C_3 = x_0 = \dfrac{d}{2} \\ C_4 = y_0 = \ell \end{cases}$$

- Projection de la relation vectorielle sur l'axe Ox et Oy :

$$\vec{a}_G\begin{cases} a_x = g_x + \dfrac{q}{m}.E_x \\ a_y = g_y + \dfrac{q}{m}.E_y \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} \dfrac{d\,V_x}{dt} = \dfrac{q}{m}.E \\ \dfrac{d\,V_y}{dt} = -g \end{cases} \xrightarrow{\text{intergation}} \vec{V}_G\begin{cases} V_x = \dfrac{q}{m}E.t + C_1 \\ V_y = -g.t + C_2 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} V_x = \dfrac{q}{m}E.t \\ V_y = -g.t \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = \dfrac{q}{m}E.t \\ \dfrac{dy}{dt} = -g.t \end{cases} \xrightarrow{\text{intergation}} \begin{cases} x(t) = \dfrac{1}{2}\dfrac{q}{m}E.t^2 + C_3 \\ y(t) = -\dfrac{1}{2}g.t^2 + C_4 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x(t) = \dfrac{1}{2}\dfrac{q}{m}E.t^2 + \dfrac{d}{2} \\ y(t) = -\dfrac{1}{2}g.t^2 + \ell \end{cases}$$

On a : $E = \frac{U_0}{d}$ et $\alpha = \frac{q}{m}$

$$\begin{cases} x(t) = \dfrac{1}{2}\alpha\dfrac{U_0}{d}.t^2 + \dfrac{d}{2} \\ y(t) = -\dfrac{1}{2}g.t^2 + \ell \end{cases}$$

$$A.N: \begin{cases} x(t) = \frac{1}{2} \cdot 10^{-6} \cdot \frac{U_0}{4.10^{-2}} \cdot t^2 + \frac{4.10^{-2}}{2} \\ y(t) = -\frac{1}{2} \times 10 . t^2 + 1 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x(t) = 1{,}25.10^{-5} . U_0 . t^2 + 2.10^{-2} \\ y(t) = -5 . t^2 + 1 \end{cases}$$

2- L'équation de la trajectoire :

On élimine le temps des deux équations horaires $x(t)$et $y(t)$:

$$x = 1{,}25.10^{-5} . U_0 . t^2 + 2.10^{-2} \Longrightarrow 1{,}25.10^{-5} . U_0 . t^2 = x - 2.10^{-2} \Longrightarrow t = \sqrt{\frac{x - 2.10^{-2}}{1{,}25.10^{-5} . U_0}}$$

$$y = -5 . t^2 + 1 \Longrightarrow y = -5 . \frac{x - 2.10^{-2}}{1{,}25.10^{-5} . U_0} + 1$$

$$y = -\frac{5}{1{,}25.10^{-5} . U_0} . x + \frac{5.2.10^{-2}}{1{,}25.10^{-5} . U_0} + 1 \Longrightarrow y = -\frac{4.10^5}{U_0} . x + \frac{8.10^3}{U_0} + 1$$

3- Montrons que $U_0 = 8\ kV$:

Au point P on a : $P(x_P = d, y_P = 0)$

$$0 = -\frac{4.10^5}{U_0} . x_P + \frac{8.10^3}{U_0} + 1 \Longrightarrow \frac{4.10^5}{U_0} . x_P - \frac{8.10^3}{U_0} = 1 \Longrightarrow 4.10^5 . x_P - 8.10^3 = U_0$$

$$U_0 = 4.10^5 . d - 8.10^{-3} \Longrightarrow U_0 = 4.10^5 \times 4.10^{-2} - 8.10^3 = 8.10^3\ V$$

$$U_0 = 8\ kV$$