المملكة المغربية

وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي وتكوين الأطر والبحث العلمي
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2010
الموضوع

المادة:	الفيزياء والكيمياء	RS27	المعامل: 5
الشعب(ة) أو المسلك :	شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الزراعية وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها		مدة الإنجاز: 3

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة العلمية غير القابلة للبرمجة
- تعطى التعابير الحرفية قبل إنجاز التطبيقات العددية

يتضمن موضوع الامتحان أربعة تمارين : تمرين في الكيمياء وثلاثة تمارين في الفيزياء

- الكيمياء: (7 نقط)
  - تصنيع ميثانوات الإثيل
  - دراسة العمود زنك/نيكل
- الفيزياء (13 نقطة)
  - التمرين 1 : النشاط الإشعاعي والتأريخ الجيولوجي (2,5 نقط)
  - التمرين 2 : (5,5 نقط)
    - ثنائي القطب RL
    - التذبذبات الحرة في دارة RLC متوالية
  - التمرين 3 : المجموعة المتذبذبة { جسم صلب – نابض} (5 نقط)

Moutamadris.ma

التنقيط	الموضوع

الكيمياء (7 نقط): تصنيع ميثانوات الإثيل ــ دراسة العمود زنك/نيكل

الجزء الأول: تصنيع ميثانوات الإثيل انطلاقا من حمض الميثانويك

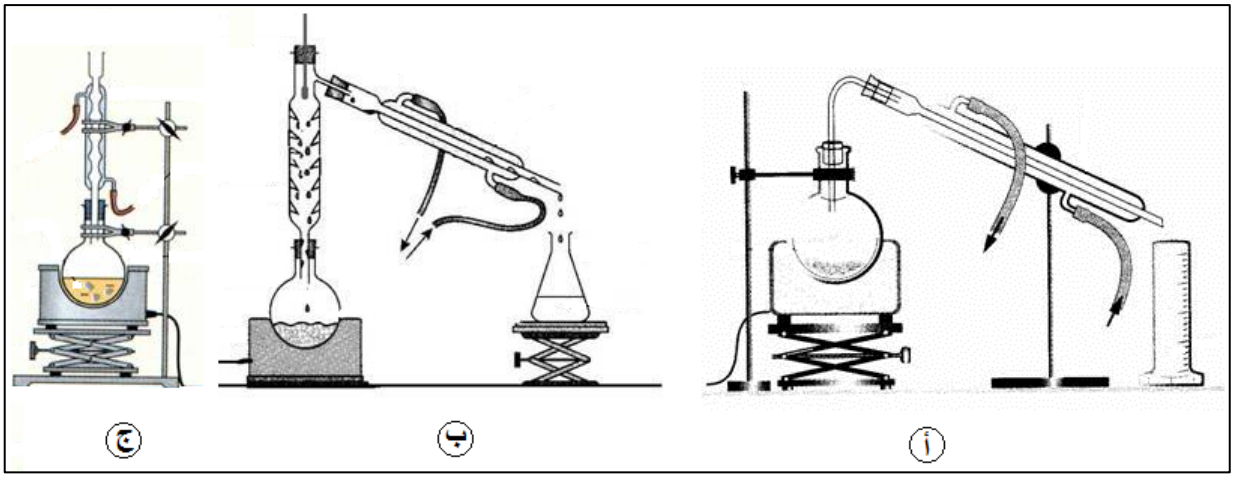
حمض الميثانويك؛ حمض كربوكسيلي صيغته الكيميائية $HCOOH$ يستعمل كمادة أولية لتصنيع الإستر ميثانوات الإثيل، ذي رائحة عرْق قصب السكر.

يهدف هذا الجزء إلى تحديد مردود تصنيع الإستر انطلاقا من حمض الميثانويك ومعرفة كيفية تحسين هذا المردود.

قام أستاذ خلال حصة للأشغال التطبيقية بتحضير هذا الإستر مستعملا تركيب التسخين بالارتداد وخليطا مكونا من $n = 0,3mol$ من حمض الميثانويك و $n = 0,3mol$ من الإيثانول C_2H_5OH وبعض قطرات حمض الكبريتيك وحصى خفان، فحصّل على الكتلة $m = 14,8g$ من الإستر.

معطيات: $M(H) = 1g.mol^{-1}$; $M(C) = 12g.mol^{-1}$; $M(O) = 16\ g.mol^{-1}$

0.5 1. عين من بين التراكيب التجريبية (أ) و (ب) و (ج) التالية، التركيب المستعمل لإنجاز هذا التحضير.



0.75 2. أكتب، مستعملا الصيغ نصف المنشورة، المعادلة الكيميائية للتفاعل المنمذج للأسترة.

0.75 3. انقل الجدول الوصفي أسفله إلى ورقة تحريرك وأتممه.

معادلة التفاعل					
حالة المجموعة	تقدم التفاعل (mol)	كميات المادة (mol)			
بدئية	x=0				
وسيطية	x				
نهائية	x_f				

1 4. عبر عن ثابتة التوازن K المقرونة بالتفاعل المنمذج للأسترة، بدلالة n و x_f التقدم النهائي للتفاعل. تحقق أن $K=4,0$.

0.5 5. أحسب مردود التحول.

0.5 6. تساءل الأستاذ عن كيفية تحسين مردود تصنيع ميثانوات الإثيل، فقدمت مجموعة من التلاميذ الاقتراحات التالية:

أ. إضافة كمية وافرة من حمض الكبريتيك المركز إلى المجموعة الكيميائية؛

ب. إزالة الماء المتكوّن؛

ج. تعويض حمض الميثانويك بأندريد الميثانويك.

Moutamadris.ma

حدد، معللا جوابك، كل اقتراح صحيح من بين الاقتراحات (أ) و (ب) و (ج).

الجزء الثاني: دراسة العمود زنك/نيكل

تستغل الطاقة الكهربائية التي تمنحها الأعمدة أو المركمات لتشغيل عدة أجهزة كهربائية. يهدف هذا الجزء إلى دراسة مثال من هذه الأعمدة : العمود زنك/نيكل.

لإنجاز العمود زنك/نيكل، خلال حصة للأشغال التطبيقية استعملت مجموعة من التلاميذ الأدوات والمحاليل التالية:

- كأس زجاجية تحتوي على الحجم $V_1=20mL$ من محلول مائي لنترات النيكل $Ni^{2+}(aq)+2NO_3^-(aq)$ تركيزه المولي $C_1=1,0.10^{-1}mol.L^{-1}$؛
- كأس زجاجية تحتوي على الحجم $V_2=20mL$ من محلول مائي لكبريتات الزنك $Zn^{2+}(aq)+SO_4^{2-}(aq)$ تركيزه المولي $C_2=5,0.10^{-2}mol.L^{-1}$.
- سلك من الزنك وآخر من النيكل؛
- قنطرة ملحية.

معطيات: $M(Zn)=65,4g.mol^{-1}$ ؛ $1F=96500\ C.mol^{-1}$

أنجز أحد التلاميذ دارة كهربائية على التوالي باستعمال العمود زنك/نيكل وأمبيرمتر وموصل أومي، فلاحظ بعد غلق الدارة مرور تيار كهربائي في الأمبيرمتر منحاه خارج العمود من إلكترود النيكل نحو إلكترود الزنك، وشدته I ثابتة. — 0.5

1. أعط التبيانة الاصطلاحية للعمود. — 0.75
2. أكتب المعادلة الكيميائية المنمذجة للتحول الحاصل أثناء اشتغال العمود.
3. بعد مدة زمنية $\Delta t=2h$ من الاشتغال أصبح العمود مستهلكا. — 0.75

1.3. أنشئ الجدول الوصفي لتطور المجموعة الكيميائية. — 0.5

2.3. حدد المتفاعل المحد، علما أن كتلة الجزء المغمور من سلك الزنك هي $m = 1,0g$. — 0.5

3.3. أحسب قيمة الشدة I.

الفيزياء (13 نقطة)

التمرين 1 (2,5 نقط): النشاط الإشعاعي والتأريخ الجيولوجي

عند فوران بركان تكونت صخور بركانية يحتوي البعض منها على البوتاسيوم $^{40}_{19}K$ المشع الذي ينتج عن تفتته الأرغون $^{40}_{18}Ar$.

1. أعط تركيب نويدة البوتاسيوم $^{40}_{19}K$. — 0.5
2. أكتب معادلة تفتت نويدة البوتاسيوم $^{40}_{19}K$ محددا نوع الإشعاع المنبعث. — 0.5
3. حدد قيمة λ ثابتة النشاط الإشعاعي للبوتاسيوم $^{40}_{19}K$، علما أن عمر النصف للبوتاسيوم 40 هو $t_{1/2}=1,3.10^9 ans$. — 0.5
4. تحتوي عينة من الصخور البركانية المتكونة عند لحظة نعتبرها أصلا للتواريخ $t = 0$ على N_0 نويدة من البوتاسيوم $^{40}_{19}K$ ولا تحتوي على الأرغون $^{40}_{18}Ar$. — 1

بيّن تحليل نفس العينة من هذه الصخور عند لحظة t أنها تحتوي على $N_K = 4,49.10^{19}$ نويدة من البوتاسيوم

Moutamadris.ma

$^{40}_{19}K$ وعلى $N_{Ar}= 1,29.10^{17}$ نويدة من الأرغون $^{40}_{18}Ar$، حيث $N_0 = N_K + N_{Ar}$. حدد قيمة t عمر الصخور البركانية للعينة.

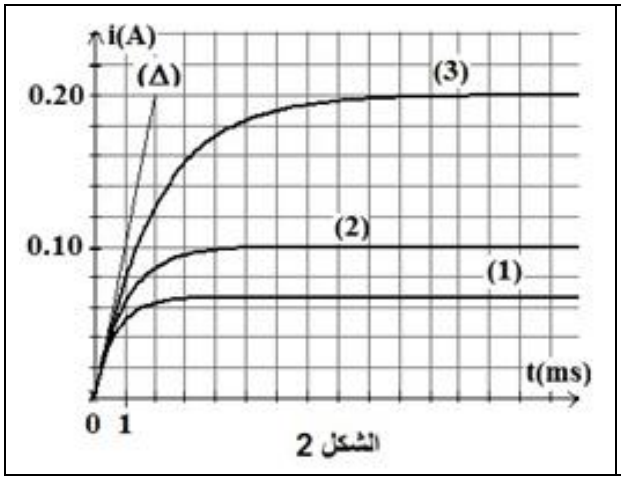
التمرين 2 (5,5 نقطة): ثنائي القطب RL ــ التذبذبات الحرة في دارة RLC متوالية

صادف أستاذ في المختبر وشيعة لا تحمل أية إشارة. أراد تحديد قيمة معامل التحريض L للوشيعة تجريبيا من خلال دراسة استجابة ثنائي القطب RL لرتبة توتر صاعدة، وكذا من خلال دراسة التذبذبات الحرة في دارة RLC متوالية.

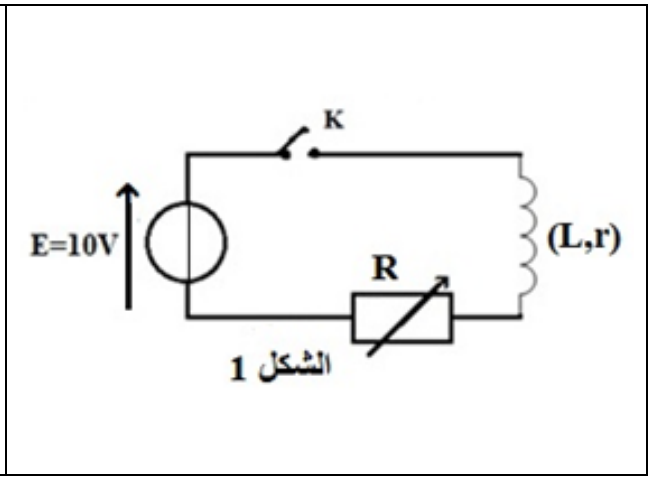
1- استجابة ثنائي القطب RL لرتبة توتر صاعدة

لدراسة إقامة التيار في الوشيعة، أنجز الأستاذ التركيب التجريبي الممثل في الشكل 1.

عند اللحظة t=0 ، أغلق الأستاذ قاطع التيار K، وتتبع بواسطة جهاز مناسب تغيرات i(t) شدة التيار المار في الوشيعة بدلالة الزمن بالنسبة لقيم مختلفة للمقاومة R . يُمثل الشكل 2 النتائج التجريبية المحصلة.



الشكل 2



الشكل 1

0.5 1.1. أعط اسمي النظامين اللذين يُبرزهما المنحنى 2 (الشكل 2).

0.5 2.1. المعادلة التفاضلية التي تحققها i(t) تكتب : $\frac{E}{L} = i + \frac{(R+r)}{L}\frac{di}{dt}$. بين أن الشدة i(t) تأخذ في النظام الدائم قيمة قصوى $I_0 = \frac{E}{R+r}$.

0.75 3.1. أنقل الجدول التالي إلى ورقة التحرير وأتممه.

قيمة R(Ω)	40	90	140
رقم المنحنى الموافق			

0.5 4.1. باستغلال المنحنى (2) حدد قيمة r.

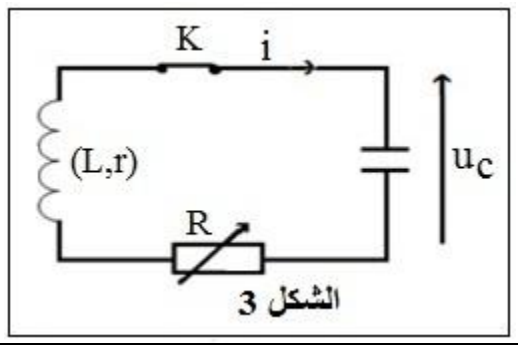
0.5 5.1. تعبير ثابتة الزمن τ لثنائي القطب RL هو $\tau = \frac{L}{R+r}$. باستعمال معادلة الأبعاد، بين أن بُعد τ هو الزمن.

0.75 6.1. حدد قيمة L، علما أن (Δ) يمثل المماس للمنحنيات عند t=0.

2. التذبذبات الحرة في دارة RLC متوالية

ركب الأستاذ عند اللحظة t=0 على التوالي مع الوشيعة المدروسة في الفقرة 1 والموصل الأومي ذي المقاومة R القابلة للضبط، مكثفا سعته C=1μF ، مشحونا تحت توتر E ، وقاطعا للتيار K، كما هو مبين في الشكل 3.

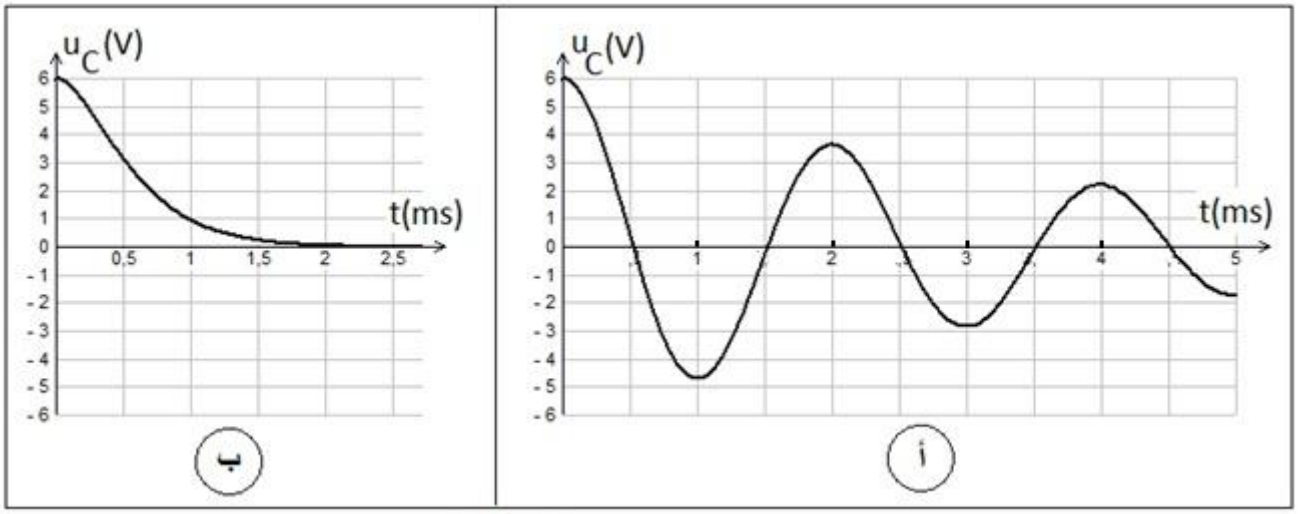
تتبع الأستاذ بواسطة راسم التذبذب الذاكراتي تغيرات التوتر $u_C(t)$



الشكل 3

Moutamadris.ma

بين مربطي المكثف بدلالة الزمن بالنسبة لقيم مختلفة للمقاومة R. يعطي الشكل 4 النتائج التجريبية المحصلة (أنظر الصفحة 5/6).



الشكل 4

1.2. اقرن بكل من المنحنيين (أ) و (ب) نظام التذبذبات الموافق. 0.5

2.2. أثبت المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$. 0.75

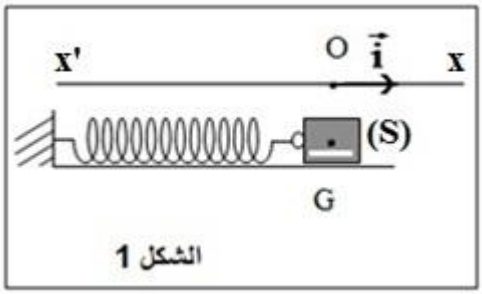
3.2. نعتبر أن شبه الدور T يقارب الدور الخاص T_0 للتذبذبات الكهربائية الحرة غير المخمدة. 0.75
حدد من جديد قيمة L معامل التحريض للوشيعة.

التمرين 3 (5 نقط): المجموعة المتذبذبة { جسم صلب – نابض}

خلال حصة للأشغال التطبيقية قام التلاميذ بدراسة المجموعة المتذبذبة {جسم صلب– نابض أفقي}، قصد تحديد الصلابة K للنابض وإبراز سلوك نفس المجموعة من الناحية الطاقية.

1. التذبذبات الميكانيكية الحرة في حالة الخمود المهمل

تتكون المجموعة المتذبذبة من جسم صلب (S) مركز قصوره G وكتلته m ، مثبت بطرف نابض أفقي لفاته غير متصلة وكتلته مهملة وصلابته K. الجسم (S) قابل للانزلاق بدون احتكاك على نضد هوائي أفقي (الشكل1).



الشكل 1

تمت إزاحة الجسم (S) أفقيا عن موضع توازنه بالمسافة x_m في المنحى الموجب للمعلم $(O, \vec{i})$ وتحريره بدون سرعة بدئية عند اللحظة t=0. عند التوازن يكون أفصول G منعدما ($x_G = 0$).

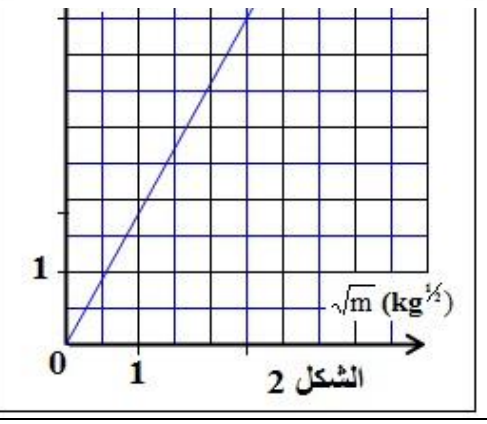
1.1. بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، أثبت المعادلة التفاضلية التي يحققها الأفصول x لمركز القصور G. 1

2.1. يكتب حل المعادلة التفاضلية كالتالي: 0.75

$$x(t) = x_m.\cos(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi)$$

أوجد تعبير T_0 الدور الخاص للمتذبذب.

3.1. لدراسة تأثير الكتلة على قيمة الدور الخاص للمتذبذب، قام 0.75



الشكل 2

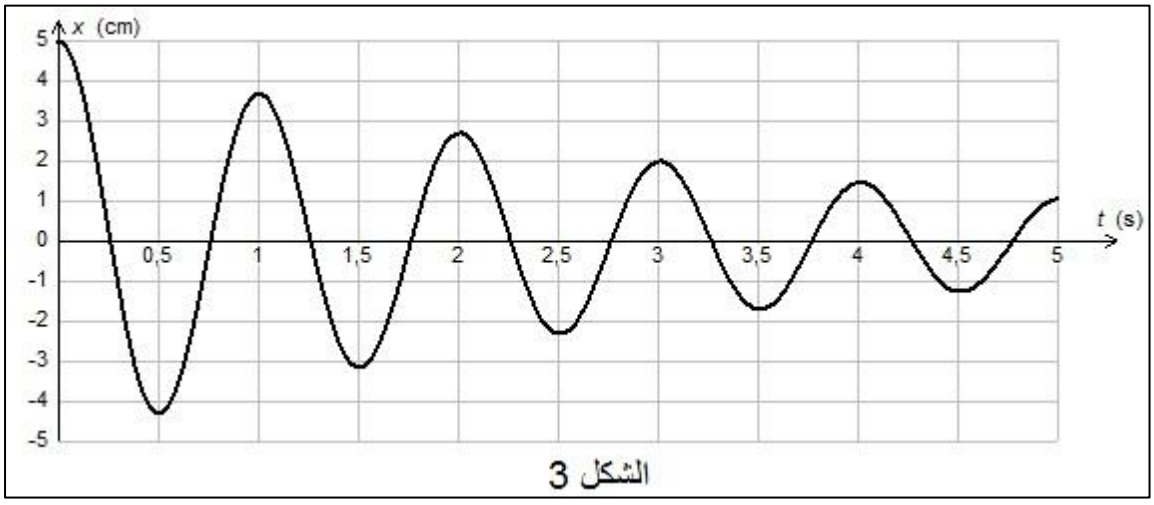
Moutamadris.ma

التلاميذ بقياس T_0 بالنسبة لأجسام ذات كتل m مختلفة. مكنت النتائج التجريبية المحصلة من تمثيل تغيرات T_0 بدلالة $\sqrt{m}$ (الشكل2).

حدد قيمة الصلابة K.

2. التذبذبات الميكانيكية الحرة في حالة الخمود

خلال حركة المجموعة المتذبذبة {جسم صلب – نابض} تم بواسطة جهاز ملائم الحصول على مخطط المسافات الممثل في الشكل 3.



الشكل 3

1.2. حدد صنف الخمود الذي يبرزه الشكل 3 . — 0.25

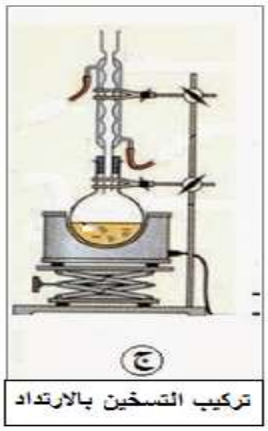
2.2. أحسب $W(\vec{F})$ شغل القوة المطبقة من طرف النابض على (S) بين اللحظتين $t_1=0$ و $t_2=3s$. — 0.75

3.2. أوجد قيمة $\Delta E_m = E_{m2} - E_{m1}$ تغير الطاقة الميكانيكية للمجموعة المتذبذبة بين اللحظتين t_1 و t_2، واعط تفسيرا للنتيجة المحصلة. — 1,5

Moutamadris.ma

تصحيح الامتحان الوطني علوم الحياة والأرض
الدورة الاستدراكية 2010

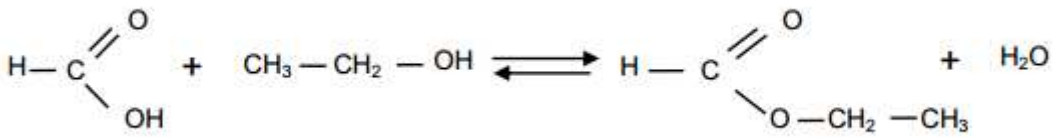
الكيمياء



الجزء الأول : تصنيع ميثانوات الإثيل انطلاقا من حمض الميثانويك

1-التركيب (ج) هو المستعمل لإنجاز تصنيع ميثانوات الإثيل .

2-معادلة تفاعل الاسترة :



3-إتمام الجدول الوصفي :

معادلة التفاعل		$HCOOH + C_2H_5OH \rightleftarrows HCOOC_2H_5 + H_2O$			
حالة المجموعة	تقدم التفاعل (mol)	كمياة المادة ب (mol)			
بدئية	$x = 0$	$n = 0{,}3$	$n = 0{,}3$	0	0
وسيطية	x	$n - x$	$n - x$	x	x
نهائية	x_f	$n - x_f$	$n - x_f$	x_f	x_f

4-التعبير عن K ثابتة التوازن :

ثابتة التوازن تكتب :

$$K = \frac{[HCOOC_2H_5]_f[H_2O]_f}{[HCOOH]_f[C_2H_5OH]_f} = \frac{\frac{x_f}{V}.\frac{x_f}{V}}{(\frac{n-x_f}{V}).(\frac{n-x_f}{V})} = \frac{{x_f}^2}{(n-x_f)^2}$$

$$K = \left(\frac{x_f}{n-x_f}\right)^2 \quad (1)$$

Moutamadris.ma

التحقق من قيمة ثابتة التوازن :

لدينا :

$$x_f = \frac{m(HCOOC_2H_5)}{M(HCOOC_2H_5)}$$

ت.ع :

$$x_f = \frac{14,8}{70} = 0,2\ mol$$

وبالتالي :

$$K = \left(\frac{0,2}{0,3-0,2}\right)^2 = 4$$

5-حساب مردود التحول :

$$r = \frac{n_{exp}}{n_{th}} \Rightarrow r = \frac{x_f}{x_{max}}$$

ت.ع :

$$r = \frac{0,2}{0,3} \approx 0,667 \Rightarrow r \approx 66,7\%$$

6-تحديد الاقتراح الصحيح مع التعليل :

الإقتراحان (ب) و (ج) صحيحان .

إزالة الماء المتكون سيزيح التوازن في المنحى المباشر أي منحى تكون الاستر .

كما ان تفاعل أندريد الميثانويك مع الايثانول كلي حيث مردود التفاعل 100% .

ملحوظة : حمض الكبريتيك يساعد على تسريع التفاعل لكنه لا يؤثر على مردوده .

الجزء الثاني : دراسة العمود زنك/ نيكل

1-التبيانة الاصطلاحية للعمود :

$$\ominus\ \ Zn_{(s)}/Zn^{2+}_{(aq)}\ //\ Ni^{2+}_{(aq)}/Ni_{(s)}\ \oplus$$

2-المعادلة الكيميائية التحول الحاصل أثناء اشتغال العمود :

$$Ni^{2+}_{(aq)} + Zn_{(s)} \rightleftarrows Zn^{2+}_{(aq)} + Ni_{(s)}$$

1.3-الجدول الوصفي لتطور المجموعة :

حساب كمية مادة الأيونات الفلزية في الحالة البدئية :

$$n_i(Zn^{2+}) = C_1.V_1 = 5.10^{-2} \times 20.10^{-3} = 10^{-3}\ mol$$

$$n_i(Ni^{2+}) = C_2.V_2 = 1.10^{-2} \times 20.10^{-3} = 2.10^{-3}\ mol$$

المعادلة الكيميائية		$Ni^{2+}_{(aq)} + Zn_{(s)} \rightleftarrows Zn^{2+}_{(aq)} + Ni_{(s)}$				كمية مادة الالكترونات المتبادلة
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)				
الحالة البدئية	0	$C_1.V_1 = 2.10^{-3}$	$n_i(Zn)$	$C_2.V_2 = 10^{-3}$	$n_i(Ni)$	$n(e^-) = 0$
الحالة الوسيطية	x	$C_1.V_1 - x$	$n_i(Zn) - x$	$C_2.V_2 + x$	$n_i(Ni) + x$	$n(e^-) = 2x$
الحالة النهائية	x_{max}	$C_1.V_1 - x_{max}$	$n_i(Zn) - x_{max}$	$C_2.V_2 + x_{max}$	$n_i(Ni) + x_{max}$	$n(e^-) = 2x_{max}$

2.3-المتفاعل المحد :

حساب كمية المادة البدئية للجزء المغمور من سلك الزنك :

$$n_i(Zn) = \frac{m}{M(Zn)} = \frac{1}{65,4} = 1,53.10^{-2}\ mol$$

الجزء المغمور من فلز الزنك Zn متفاعل محد : $n_i(Zn) - x_{max\,1} = 0$ أي: $x_{\max 1} = n_i(Zn) = 1,53.10^{-2} mol$

أيون النيكل Ni^{2+} متفاعل محد : $n_i(Ni^{2+}) - x_{max\,2} = 0$ أي: $x_{\max 2} = n_i(Ni^{2+}) = 2.10^{-3} mol$

بما أن : $x_{\max 1} > x_{\max 2}$ إذن المتفاعل المحد هو الأيون النيكل Ni^{2+} .

والتقدم الأقصى هو : $x_{max} = 2.10^{-3}\ mol$

3.3-حساب I :

لدينا : $n(e^-) = 2x_{max}$ مع : $n(e^-) = \frac{Q}{F} = \frac{I.\Delta t}{F}$

$$\frac{I.\Delta t}{F} = 2x_{max} \Longrightarrow I = \frac{2x_{max}.F}{\Delta t}$$

ت.ع : $I = \frac{2\times2.10^{-3}\times96500}{2\times3600} = 5,36.10^{-2}\ A$

أو : $I = 53,6\ mA$

الفيزياء

التمرين 1 : النشاط الإشعاعي والتأريخ بالكربون

1-تركيب نويدة البوتاسيوم $^{40}_{19}K$:

عدد البروتونات : $Z = 19$

عدد النوترونات : $N = A - Z = 40 - 19 = 21$

تتكون نويدة البوتاسيوم $^{40}_{19}K$ من 19 بروتون و 21 نوترون .

2-معادلة التفتت :

$$^{40}_{19}K \longrightarrow {}^{40}_{18}Ar + {}^{A}_{Z}X$$

تطبيق قانونا صودي :

انحفاظ عدد النويات : $40 = 40 + A$ أي : $A = 0$

انحفاظ الشحنة الكهربائية : $19 = 15 + Z$ أي : $Z = 1$

معادلة التفتت تكتب : $^{40}_{19}K \longrightarrow ^{40}_{18}Ar + ^{0}_{1}e^{\beta^+}$

نوع الإشعاع المنبعث هو β^+ .

3-تحديد قيمة λ ثابتة النشاط الإشعاعي :

لدينا : $\lambda = \frac{ln2}{t_{1/2}}$

ت.ع : $\lambda = \frac{ln2}{1,3.10^9} \Rightarrow \lambda \approx 5,33.10^{-10}\ ans^{-1}$

4-تحديد t عمر الصخور البركانية للعينة :

حسب قانون التناقص الإشعاعي : $N(t) = N_0.e^{-\lambda.t}$

عند اللحظة t عدد نويدات البوتاسيوم المتبقية هي : $N_K = N_0.e^{-\lambda.t}$

$\frac{N_K}{N_0} = e^{-\lambda.t}$ أي: $-\lambda.t = \ln\left(\frac{N_K}{N_0}\right)$

إذن : $t = -\frac{1}{\lambda}.\ln\left(\frac{N_K}{N_0}\right)$

بحيث : $N_0 = N_K + N_{Ar}$ ت.ع : $N_0 = 4,49.10^{19} + 1,29.10^{17} = 450,29.10^{17}$

ت.ع : $t = \frac{1}{5,33.10^{-10}}.\ln\left(\frac{450,29.10^{17}}{4,49.10^{19}}\right) \Rightarrow t = 5,38.10^6\ ans$

التمرين 2 : ثنائي القطب RL – التذبذبات الحرة في دارة RLC متوالية

1-استجابة ثنائي القطب RL لرتبة توتر صاعدة

1.1-اسما النظامين الذين يبرزهما المنحنى هما : النظام الانتقالي والنظام الدائم .

2.1-إثبات تعبير I_0 شدة التيار في النظام الدائم :

حسب تعبير المعادلة التفاضلية : $\frac{di}{dt} + \frac{(R+r)}{L}i = \frac{E}{L}$

حسب الشكل 2 تتزايد شدة التيار في النظام الانتقالي وتستقر في النظام الدائم حيث تأخذ القيمة $I_0 = Cte$ ومنه فإن :

$\frac{di}{dt} = 0$ المعادلة التفاضلية تكتب في النظام الدائم :

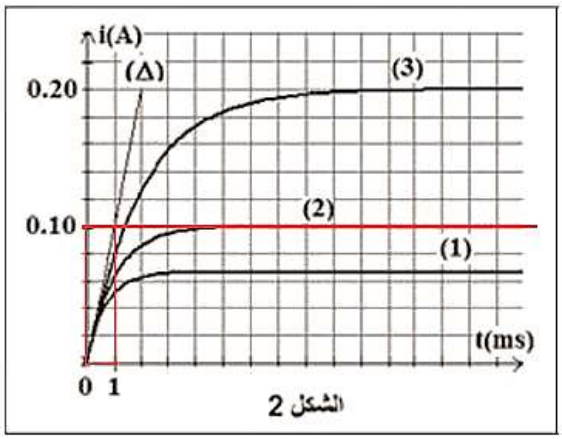
$$\frac{(R+r)}{L}.I_0 = \frac{E}{L}$$

$$I_0 = \frac{E}{R+r}$$

3.1-إتمام الجدول :

قيمة $R(\Omega)$	40	90	140
رقم المنحنى الموافق	(3)	(2)	(1)

4.1-تحديد قيمة r باستغلال المنحنى 2 :



الشكل 2

لدينا : $I_0 = \frac{E}{R+r}$

إذن : $(R+r) = \frac{E}{I_0}$ أي : $r = \frac{E}{I_0} - R$

ت.ع : من المنحنى 2 نجد $I_0 = 0{,}1\ A$ ومنه : $r = \frac{10}{0{,}1} - 90 =$

$10\ \Omega$

5.1-نبين ان لثابتة الزمن τ بعد زمني :

لدينا : $\tau = \frac{L}{R+r}$ وبالتالي : $[\tau] = \frac{[L]}{[R]}$

يكتب التوتر بين مربطي وشيعة بدون مقاومة : $u_L = L.\frac{di}{dt}$ ومنه : $L = \frac{u_L}{\frac{di}{dt}}$

يكتب التوتر بين مربطي موصل اومي : $u_R = R.i$ ومنه : $R = \frac{u_R}{i}$

$$\begin{cases} [U] = [L].\frac{[I]}{[t]} \\ [U] = [R].[I] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} [L] = \frac{[U].[t]}{[I]} \\ [R] = \frac{[U]}{[I]} \end{cases} \Rightarrow [\tau] = \frac{[L]}{[R]} = \frac{[U].[t]}{[I]}.\frac{[I]}{[U]} \Rightarrow [\tau] = [t]$$

إذن ل τ بعد زمني .

6.1-تحديد قيمة L :

من المنحنى (2) نستنتج : $\tau = 1\ ms$

نعلم أن : $\tau = \frac{L}{R+r}$ وبالتالي : $L = \tau(R+r)$

ت.ع : $L = 10^{-3} \times (90+10) \Longrightarrow L = 0{,}1\ H$

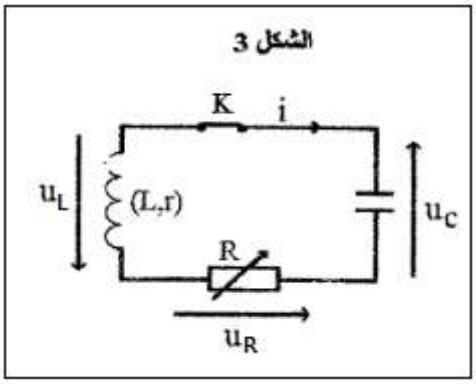
2-التذبذبات الحرة في دارة RLC متوالية

1.2-إقران كل منحنى بنظام التذبذبات الموافق :

المنحنى أ نظام شبه دوري .

المنحنى ب نظام لا دوري .

Moutamadris.ma



2.2-إثبات المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C :

-إثبات المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثف :

حسب قانون إضافية التوترات :

$$u_L + u_R + u_C = 0 \quad (1)$$

قانون أوم :

$$u_R = R.i \quad \text{و} \quad u_L = L.\frac{di}{dt} + ri$$

لدينا :

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C.u_C)}{dt} = C.\frac{du_C}{dt} \Rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{d}{dt}\left(C.\frac{du_C}{dt}\right) = C.\frac{d^2u_C}{dt^2}$$

المعادلة (1) تصبح :

$$L.\frac{di}{dt} + r.i + R.i + u_C = 0 \Rightarrow L.C.\frac{d^2u_C}{dt^2} + (r+R).C.\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

المعادلة التفاضليةتكتب :

$$\Rightarrow \frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{R}{L}.\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{L..C}.u_C = 0$$

3.2-تحديد L معامل التحريض :

حسب تعبير T_0 :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow T_0^2 = 4\pi^2LC \Rightarrow L = \frac{T_0^2}{4\pi^2C}$$

بما أن شبه الدور T يقارب الدور الخاص T_0 أي : $T \approx T_0$ مبيانيا نجد $T = 2\,ms = 2.10^{-3}\,s$

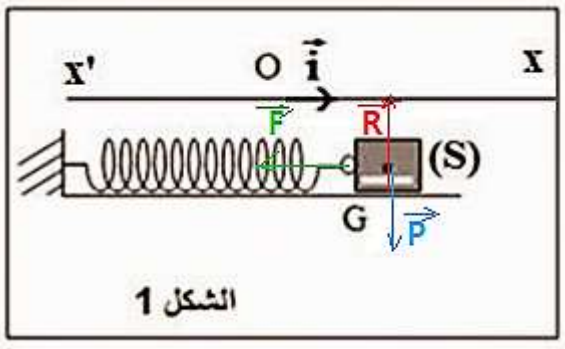
ت.ع :

$$L = \frac{(2.10^{-3})^2}{4\pi^2 \times 10.10^{-6}} \Rightarrow L = 0{,}1\ H$$

Moutamadris.ma

التمرين 3 : المجموعة المتذبذبة {جسم صلب – نابض}

1-التذبذبات الميكانيكية الحرة في حالة الخمود المهمل



الشكل 1

1.1-إثبات المعادلة التفاضلية التي يحققها أفصول x مركز القصور :

المجموعة المدروسة : الجسم الصلب (S) .

جرد القوى :

$\vec{P}$ وزن الجسم (S)

$\vec{T}$ القوة المقرونة بتأثير النابض ،

$\vec{R}$ تأثير السطح

تطبيق القانون الثاني لنيوتن في المعلم $(0,\vec{\imath})$ المرتبط بالارض والذي نعتبره غاليليا :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m.\vec{a}_G \qquad \Leftrightarrow \qquad \vec{P}+\vec{T}+\vec{R} = m.\vec{a}_G$$

الإسقاط على المحور Oz :

$$P_x + T_x + R_x = ma_{Gx}$$

لدينا : $P_x = R_x = 0$ و $T_x = -Kx_G$ و $a_{Gx} = \ddot{x}_G$

$$-Kx = m.\ddot{x} \implies m..\ddot{x} + K.x \implies \ddot{x} + \frac{K}{m}.x = 0$$

2.1-إيجاد تعبير T_0 الدور الخاص :

حل المعادلة التفاضلية يكتب : $x(t) = X_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$ ومنه : $\dot{x}(t) = \frac{dx}{dt} = -X_m \frac{2\pi}{T_0}\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$

$$\ddot{x}(t) = -X_m\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$$

نعوض $x(t)$ و $\ddot{x}(t)$ بتعبيرهما في المعادلة التفاضلية :

$$-X_m\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right) + \frac{K}{m}.X_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right) = 0$$

$$X_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)\left[-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 + \frac{K}{m}\right] = 0$$

أي: $-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 + \frac{K}{m} = 0$ $\quad \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{K}{m}}$ نستنتج : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$

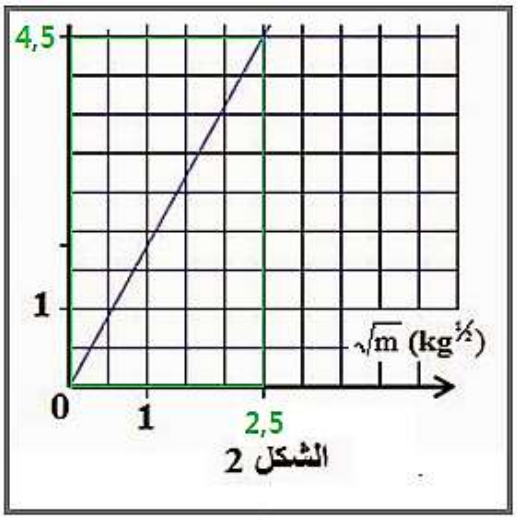
Moutamadris.ma

3.1-تحديد قيمة الصلابة K :

الدالة $T_0 = f(\sqrt{m})$ خطية معادلتها تكتب : (1) $T_0 = \alpha.\sqrt{m}$ مع α المعامل الموجه للدالة .

حيث : $\alpha = \frac{\Delta T_0}{\Delta\sqrt{m}} = \frac{4,5-0}{2,5-0} = 1,8\ s.kg^{-\frac{1}{2}}$

باعتبار العلاقة : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$ والتي تكتب على الشكل : (2) $T_0 = \frac{2\pi}{\sqrt{K}}.\sqrt{m}$



الشكل 2

بمقارنة المعادلتين (1) و (2) نستنتج : $\alpha = \frac{2\pi}{\sqrt{K}}$ أي: $\alpha^2 = \frac{4\pi^2}{K}$

وبالتالي نجد : $K = \frac{4\pi^2}{\alpha^2}$

ت.ع : $K = \frac{4\pi^2}{1,8^2} \Rightarrow K \approx 12,2\ N.m^{-1}$

2-التذبذبات الميكانيكية الحرة في حالة الخمود

1.2-صنف الخمود الذي يبرزه الشكل 2 هو : خمود مائع لان وسع الذبذبات لا يتناقص خطيا .

2.2-حساب شغل القوة المطبقة على من طرف النابض بين t_1 و t_2 :

$$W(\vec{F})_{t_1\to t_2} = \frac{1}{2}.K.(x_1^2 - x_2^2)$$

مبيانيا عند $t_1 = 0$ نجد : $x_1 = 2\ cm = 2.10^{-2}\ m$

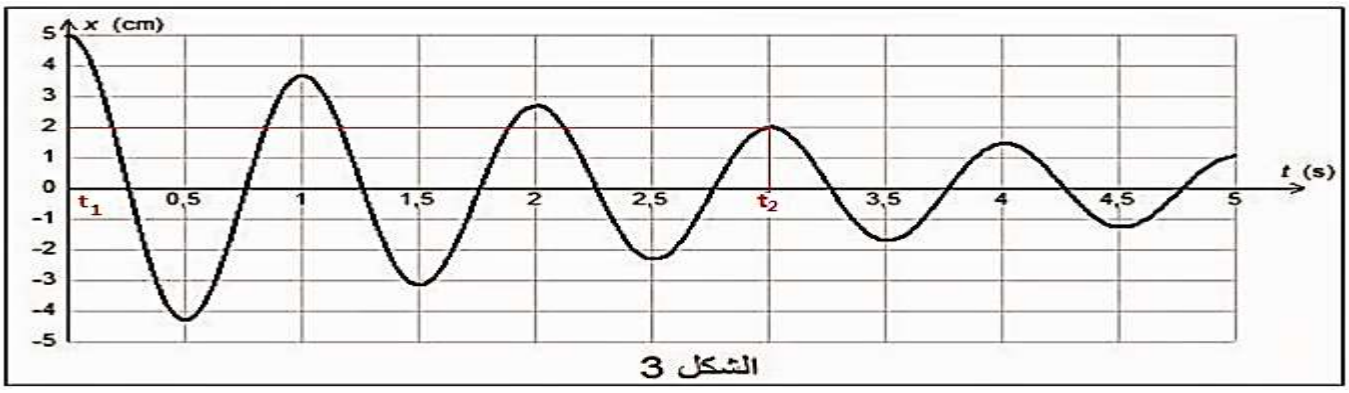
و عند $t_2 = 3\ s$ نجد : $x_2 = 5\ cm = 5.10^{-2}\ m$

$$W(\vec{F})_{t_1\to t_2} = \frac{1}{2} \times 12,2 \times [(5.10^{-2})^2 - (2.10^{-2})^2] = 0,0128\ J$$

$$W(\vec{F})_{t_1\to t_2} = 1,28.10^{-2}\ J$$

3.2-إيجاد قيمة تغير الطاقة الميكانيكية $\Delta E_m = E_{m2} - E_{m1}$:

لدينا : $E_m = E_P + E_C$



الشكل 3

Moutamadris.ma

عند اللحظة t_1 يكون أفصول G مركز القصور قصويا وبالتالي تكون سرعة G منعدمة (أنظر الشكل 3) ومنه فإن :

$E_{m1} = E_{P1} + E_{C1} = E_{P1}$.

نفس الحال بالنسبة للحظة t_2 أي: $E_{m2} = E_{P2} + E_{C2} = E_{P2}$

وبالتالي :

$$\Delta E_m = E_{m2} - E_{m1} = E_{p2} - E_{p1} = \frac{1}{2}.K.(x_2^2 - x_1^2)$$

$$\Delta E_m = -W(\vec{F})_{t_1 \to t_2}$$

$$\Delta E_m = -1{,}28.10^{-2}\ J < 0$$

يعزى تناقص الطاقة الميكانيكية الى وجود احتكاكات ، حيث تتحزل جزء من الطاقة الميكانيكية الى طاقة حرارية .

Moutamadris.ma