



الصفحة

1

6

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2012
الموضوع

المملكة المغربية

وزارة التربية الوطنية
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

7	المعامل	NS28	الفيزياء والكيمياء	المادة
3	مدة الإنجاز	شعبة العلوم التجريبية مسلك العلوم الفيزيائية		الشعبة أو المسلك

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة العلمية غير القابلة للبرمجة

تعطى التعابير الحرفية قبل التطبيقات العددية

يتضمن الموضوع أربعة تمارين: تمرين في الكيمياء وثلاثة تمارين في الفيزياء

الكيمياء : (7 نقط)

♦ تفاعل حمض الإيثانويك مع الأمونياك ومع كحول.

♦ دراسة العمود نحاس - زنك.

الفيزياء : (13 نقطة)

♦ الفيزياء النووية (3 نقط): التأريخ بواسطة الأورانيوم - الرصاص .

♦ الكهرباء (4,5 نقط): تحديد مميزتي وشيعة ودراسة التذبذبات الحرة في دائرة RLC متوالية.

♦ الميكانيك (5,5 نقط): دراسة سقوط جسم صلب في سائل لزج .

الكيمياء (7 نقط)

الجزءان مستقلان

سلم
التقييم

الجزء الأول:

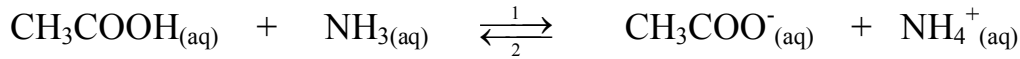
يستعمل حمض الإيثانويك ذو الصيغة الإجمالية CH_3COOH في تعليب اللحوم والأسماك وتصنيع الكثير من المواد العطرية والمذيبات و دباغة الجلود وصناعة النسيج... يتناول هذا الجزء دراسة تفاعل حمض الإيثانويك مع الأمونياك NH_3 ودراسة تفاعل نفس الحمض مع اللينالول وهو كحول نرمز له بالصيغة ROH .

المعطيات:

- ثابتة الحمضية للمزدوجة $(\text{CH}_3\text{COOH}/\text{CH}_3\text{COO}^-)$: $\text{pK}_{A1} = 4,8$
- ثابتة الحمضية للمزدوجة $(\text{NH}_4^+/\text{NH}_3)$: $\text{pK}_{A2} = 9,2$
- الكتلة المولية للكحول ROH : $M(\text{ROH}) = 154 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$
- الكتلة المولية للإستر E : $M(E) = 196 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$

1- دراسة تفاعل حمض الإيثانويك مع الأمونياك

نحضر خليطا (S) حجمه V بمزج $n_1 = 10^{-3} \text{ mol}$ من حمض الإيثانويك و $n_2 = 10^{-3} \text{ mol}$ من الأمونياك في الماء المقطر ، فيحصل تحول كيميائي نمذجته بالمعادلة الكيميائية التالية :



- 1.1- أنشئ الجدول الوصفي لتطور هذا التفاعل . 0,5
- 1.2- أوجد تعبير خارج التفاعل عند التوازن $Q_{r,eq}$ بدلالة pK_{A1} و pK_{A2} ثم أحسب قيمته. 1
- 1.3- أوجد نسبة التقدم النهائي τ وتحقق أن التحول كلي . 1

2- دراسة تفاعل حمض الإيثانويك مع الكحول ROH

لتحضير إستر E (إيثانوات الليناليل) ، نسخن بالارتداد خليطا متساوي المولات مكونا من حمض الإيثانويك والكحول ROH بوجود حفاز ملائم .

- 2.1- ما فائدة التسخين بالارتداد ؟ 0,5
- 2.2- اكتب المعادلة الكيميائية المنمذجة للتحول الكيميائي الحاصل بين حمض الإيثانويك والكحول ROH. 0,5
- 2.3- تم إنجاز التفاعل انطلاقا من الكتلة $m_A = 38,5 \text{ g}$ للكحول ROH ، فتكونت عند نهاية التفاعل الكتلة $m_E = 2 \text{ g}$ للإستر E .
- 2.3.1- أوجد المردود r لهذا التفاعل. 1
- 2.3.2- اقترح طريقتين مختلفتين تمكّنان من الرفع من مردود هذا التفاعل. 0,5

الجزء الثاني: دراسة العمود نحاس- زنك

تم اختراع أول عمود كهربائي من طرف العالم فولطا Volta في نهاية القرن الثامن عشر ، وذلك باستعمال النحاس والزنك وورق مبلل بالماء المالح؛ منذ ذلك الحين تم تصنيع وتطوير أنواع مختلفة من الأعمدة الكهركيميائية .

نفترح ، في هذا الجزء، دراسة مبسطة للعمود نحاس - زنك .

ننجز العمود المُكون من المزوجتين $Zn_{(aq)}^{2+} / Zn_{(s)}$ و $Cu_{(aq)}^{2+} / Cu_{(s)}$ وذلك بغمر إلكترود النحاس في الحجم $V = 200 mL$ من محلول كبريتات النحاس $Cu_{(aq)}^{2+} + SO_{4(aq)}^{2-}$ تركيزه البدئي $[Cu_{(aq)}^{2+}]_i = 10^{-2} mol.L^{-1}$ وإلكترود الزنك في الحجم $V = 200 mL$ من محلول كبريتات الزنك $Zn_{(aq)}^{2+} + SO_{4(aq)}^{2-}$ تركيزه البدئي $[Zn_{(aq)}^{2+}]_i = 10^{-2} mol.L^{-1}$ نصل محلولي مقصورتَي العمود بقنطرة ملحية .

أثناء اشتغال العمود ، يحدث تحول كيميائي نمذجه بالمعادلة التالية: $Zn_{(s)} + Cu_{(aq)}^{2+} \xrightarrow[2]{1} Zn_{(aq)}^{2+} + Cu_{(s)}$:
المعطيات:

- ثابتة التوازن المقرونة بالتحول الكيميائي المدروس هي: $K = 5.10^{36}$
- ثابتة فرادي: $F = 9,65.10^4 C.mol^{-1}$

- 1- حدد ، معلقا جوابك ، منحى التطور التفاضلي للمجموعة الكيميائية المكوّنة للعمود . 0,5
- 2- مثل التبيانة الاصطلاحية للعمود المدروس . 0,5
- 3- يمر في الدارة تيار كهربائي شدته ثابتة $I = 75 mA$ خلال اشتغال العمود؛ أوجد تعبير Δt_{max} المدة الزمنية القصوى لاشتغال العمود بدلالة $[Cu_{(aq)}^{2+}]_i$ و V و F و I ثم أحسب Δt_{max} . 1

الفيزياء (13 نقطة)

الفيزياء النووية (3 نقط) :

لتأريخ أو تتبع تطور بعض الظواهر الطبيعية ، يلجأ العلماء إلى طرائق وتقنيات مختلفة تعتمد أساسا على قانون التناقص الإشعاعي.
من بين هذه التقنيات تقنية التأريخ بواسطة الأورانيوم - الرصاص .

المعطيات:

- كتلة نواة الأورانيوم 238 : $m(^{238}U) = 238,00031 u$
- كتلة نواة الرصاص 206 : $m(^{206}Pb) = 205,92949 u$
- كتلة البروتون : $m_p = 1,00728 u$
- كتلة النيوترون : $m_n = 1,00866 u$
- وحدة الكتلة الذرية : $1 u = 931,5 MeV.c^{-2}$
- الكتلة المولية للأورانيوم 238 : $M(^{238}U) = 238 g.mol^{-1}$
- الكتلة المولية للرصاص 206 : $M(^{206}Pb) = 206 g.mol^{-1}$
- طاقة الربط بالنسبة لنوية الرصاص 206 : $\xi(Pb) = 7,87 MeV / nucléon$
- عمر النصف لعنصر الأورانيوم 238 : $t_{1/2} = 4,5.10^9 ans$

تتحول نويدة الأورانيوم 238 الإشعاعية النشاط إلى نويدة الرصاص 206 عبر سلسلة متتالية من إشعاعات α وإشعاعات β^- .

ننمذج هذه التحولات النووية بالمعادلة الحصيلة : $^{238}_{92}U \rightarrow ^{206}_{82}Pb + x \cdot ^0_{-1}e + y \cdot ^4_2He$

1- دراسة نواة الأورانيوم $^{238}_{92}U$:

- 1.1- بتطبيق قانوني الانحفاظ ، حدد كل من العددين الصحيحين x و y المشار إليهما في المعادلة الحصيلة. 0,5
- 1.2- أعط تركيب نواة الأورانيوم 238 . 0,5
- 1.3- احسب طاقة الربط بالنسبة لنوية $^{238}_{92}U$ ثم تحقق أن نواة $^{206}_{82}Pb$ أكثر استقرارا من النواة $^{238}_{92}U$. 1

2- تأريخ صخرة معدنية بواسطة الأورانيوم - الرصاص :

نجد الرصاص والأورانيوم بنسب مختلفة في الصخور المعدنية حسب تاريخ تكوّنها .

نعتبر أن تواجد الرصاص في بعض الصخور المعدنية ينتج فقط عن التفتت التلقائي للأورانيوم 238 خلال الزمن.

نتوفر على عينة من صخرة معدنية تحتوي عند لحظة تكونها ، التي نعتبرها أصلا للتواريخ $(t = 0)$ ، على عدد

من نوى الأورانيوم $^{238}_{92}\text{U}$.

تحتوي هذه العينة المعدنية ، عند لحظة t ، على الكتلة $m_U(t)=10\text{g}$ من الأورانيوم 238

والكتلة $m_{Pb}(t)=0,01\text{g}$ من الرصاص 206 .

$$2.1 \quad 0,75 \quad \text{أثبت أن تعبير عمر الصخرة المعدنية هو: } t = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} \cdot \ln \left(1 + \frac{m_{Pb}(t) \cdot M(^{238}\text{U})}{m_U(t) \cdot M(^{206}\text{Pb})} \right)$$

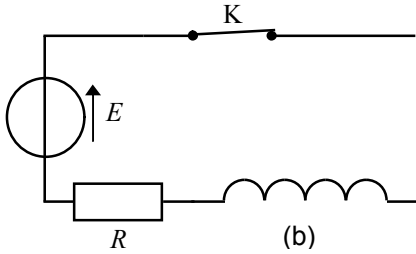
$$2.2 \quad 0,25 \quad \text{احسب } t \text{ بالسنة .}$$

الكهرباء (4,5 نقط) :

في إطار إنجاز مشروع علمي ، طالبت أستاذة مؤطرة بنادي علمي مجموعة من التلاميذ

أن يتحققوا من معامل التحريض L و المقاومة r لوشية (b) ومن مدى تأثير هذه المقاومة

على الطاقة الكهربائية الكلية لدارة متوالية RLC حرة .



الشكل 1

الجزء الأول : استجابة ثنائي القطب RL لرتبة توتر صاعدة

أنجزت المجموعة التركيب الممثل في الشكل 1 والمكوّن من :

- الوشية (b) ؛

- موصل أومي مقاومته $R = 92\Omega$ ؛

- مولد قوته الكهرومحرّكة $E = 12\text{V}$ ومقاومته الداخلية مهملة ؛

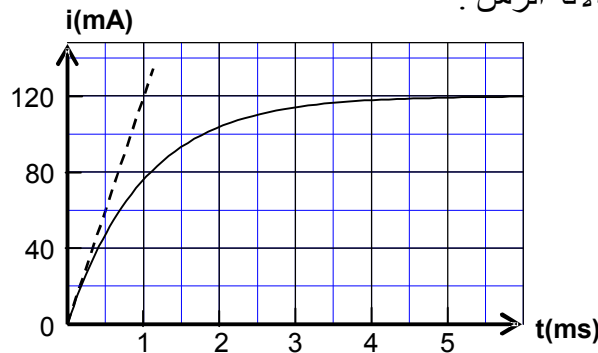
- قاطع التيار K .

1- انقل على ورقة التحرير الشكل 1 ومثل عليه التوتر u_R بين مربطي الموصل الأومي والتوتر u_b بين مربطي

الوشية في الاصطلاح مستقبلي .

2- استعان التلاميذ بعدة معلوماتية ملائمة ، فحصلوا تجريبيا على منحنى الشكل 2 الذي يمثل تغيرات شدة التيار

الكهربائي i المار في الدارة بدلالة الزمن .



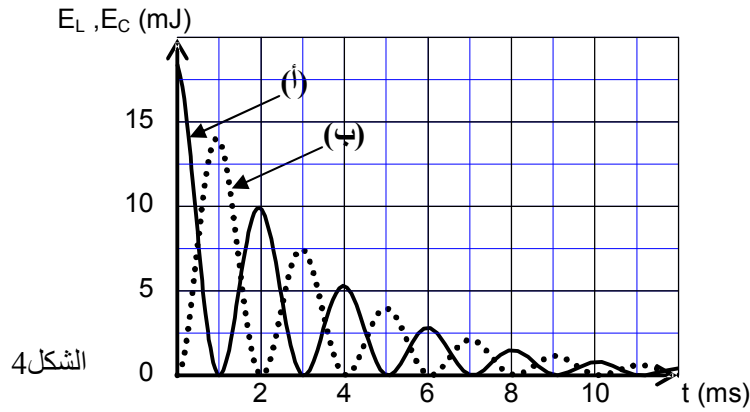
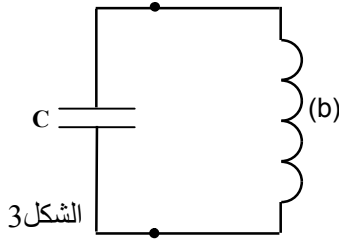
الشكل 2

2.1 0,5 أثبت المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار $i(t)$.

2.2 0,5 حل المعادلة التفاضلية هو $i(t) = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ ؛ أوجد تعبيرَي الثابتين A و τ بدلالة برامترات الدارة .

2.3 1 حدد قيمتي r و L .

الجزء الثاني : تأثير المقاومة الكهربائية على الطاقة الكلية لدارة متوالية RLC حرة
للتعرف على تأثير المقاومة r للوشيجة (b) على الطاقة الكلية لدارة متوالية RLC حرة ، ركب التلاميذ ، عند لحظة نعتبرها أصلا للتواريخ ، مكثفا سعته C مشحونا كلياً مع هذه الوشيجة كما هو مبين في الشكل 3. بواسطة عدة معلوماتية ملائمة ، تمت معاينة التغيرات الممثلة في الشكل 4 لكل من الطاقة الكهربائية المخزونة في المكثف والطاقة الكهربائية المخزونة في الوشيجة بدلالة الزمن.

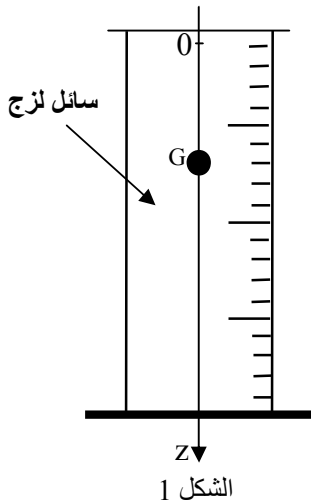


الشكل 4

- 1- أثبت المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة $q(t)$ للمكثف. 0,5
- 2- حدد ، من بين المنحنيين (أ) و (ب) ، المنحنى الموافق للطاقة الكهربائية المخزونة في الوشيجة (b). 0,25
- 3- نرسم للطاقة الكلية المخزونة في الدارة عند لحظة t بالرمز E_T ويمثل مجموع الطاقة الكهربائية المخزونة في المكثف والطاقة الكهربائية المخزونة في الوشيجة عند نفس اللحظة t . 0,5
- 3.1- اكتب تعبير الطاقة الكلية E_T بدلالة C و L و q و $\frac{dq}{dt}$. 0,5
- 3.2- بيّن أن الطاقة الكلية E_T تتناقص مع الزمن حسب العلاقة $dE_T = -ri^2 dt$ ثم فسّر سبب هذا التناقص. 0,5
- 4- حدد الطاقة المبددة في الدارة بين اللحظتين $t_1 = 2ms$ و $t_2 = 3ms$. 0,25

الميكانيك (5,5 نقط) :

تُمكن دراسة سقوط جسم صلب متجانس في سائل لزج من تحديد بعض المقادير الحركية ولزوجة السائل المستعمل.



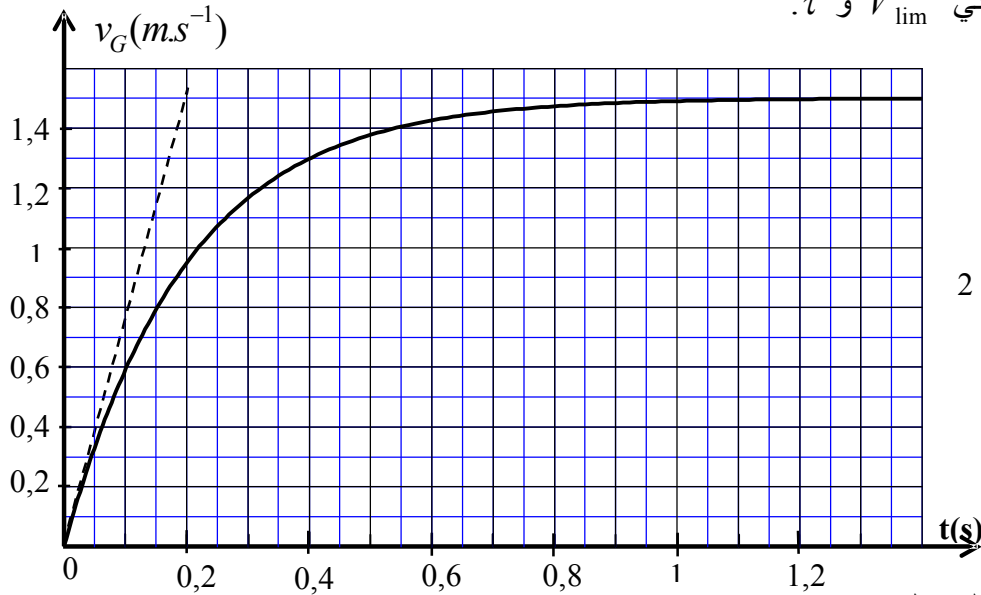
نملاً أنبوباً مدرجاً بسائل لزج وشفاف كتلته الحجمية ρ ثم نُسقط فيه كرية متجانسة كتلتها m ومركز قصورها G بدون سرعة بدئية عند اللحظة $t=0$. ندرس حركة G بالنسبة لمعلم أرضي نعتبره غاليليا .
نمعلم موضع G عند لحظة t بالأنسوب z على محور Oz رأسي موجّه نحو الأسفل (الشكل 1).
نعتبر أن موضع G منطبق مع أصل المحور Oz عند أصل التواريخ وأن دافعة أرخميدس \vec{F} غير مهملة بالنسبة لباقي القوى المطبقة على الكرية.

ننمذج تأثير السائل على الكرية أثناء الحركة بقوة احتكاك $\vec{f} = -k\vec{v}_G$ ، حيث \vec{v}_G متجهة سرعة G عند لحظة t و k معامل ثابت موجب .

المعطيات :

- شعاع الكرة : $r = 6,00 \cdot 10^{-3} m$ ؛- كتلة الكرة : $m = 4,10 \cdot 10^{-3} kg$.

نذكر أن شدة دافعة أرخميدس تساوي شدة وزن الحجم المزاح للسائل.

1- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، بين أن المعادلة التفاضلية لحركة G تكتب على الشكل $\frac{dv_G}{dt} + A \cdot v_G = B$ محددًا تعبير A بدلالة k و m وتعبير B بدلالة شدة الثقالة g و m و ρ و V حجم الكرة.2- تحقق أن التعبير $v_G(t) = \frac{B}{A} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ حل للمعادلة التفاضلية ، حيث $\tau = \frac{1}{A}$ الزمن المميز للحركة . 0,753- اكتب تعبير السرعة الحدية V_{lim} لمركز قصور الكرة بدلالة A و B . 0,54- نحصل بواسطة عدة معلوماتية ملائمة على منحنى الشكل 2 ، الذي يمثل تغير السرعة v_G بدلالة الزمن ؛ 1حدد مبيانًا قيمتي V_{lim} و τ .

الشكل 2

5- أوجد قيمة المعامل k . 1

6- يتغير المعامل k مع شعاع الكرة و معامل اللزوجة η للسائل وفق العلاقة التالية : $k = 6\pi\eta r$. 0,25حدد قيمة η للسائل المستعمل في هذه التجربة .7- تكتب المعادلة التفاضلية لحركة G كالتالي : $\frac{dv_G}{dt} = 7,57 - 5 v_G$ ؛ باعتماد طريقة أولير ومعطيات الجدول 1أوجد قيمتي a_1 و v_2 .

t (s)	v (m.s ⁻¹)	a (m.s ⁻²)
0	0	7,57
0,033	0,25	a_1
0,066	v_2	5,27

تصحيح الامتحان الوطني للفيزياء الدورة العادية 2012

مسلك العلوم الفيزيائية

الكيمياء :

الجزء الاول :

1-داسة تفاعل حمض الايثانويك مع الامونياك :

1.1-الجدول الوصفي :

المعادلة الكيميائية		$CH_3COOH_{(aq)} + NH_{3(aq)} \rightleftharpoons CH_3COO^-_{(aq)} + NH_4^+_{(aq)}$			
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)			
الحالة البدئية	0	n_1	$n_2 = 10^{-3}$	0	0
حالة التحول	x	$n_2 - x$	$n_2 - x$	x	x
الحالة النهائية	$x_{\acute{e}q}$	$n_2 - x_{\acute{e}q}$	$n_2 - x_{\acute{e}q}$	$x_{\acute{e}q}$	$x_{\acute{e}q}$

2.1--تعبير خارج التفاعل عند التوازن بدلالة pK_{A1} و pK_{A2} :

$$Q_{r,\acute{e}q} = \frac{[CH_3COO^-]_{\acute{e}q}[NH_4^+]_{\acute{e}q}}{[CH_3COOH]_{\acute{e}q} \cdot [NH_3]_{\acute{e}q}} = \frac{[CH_3COO^-]_{\acute{e}q}[H_3O^+]_{\acute{e}q}}{[CH_3COOH]_{\acute{e}q}} \cdot \frac{[NH_4^+]_{\acute{e}q}}{[NH_3]_{\acute{e}q} \cdot [H_3O^+]_{\acute{e}q}}$$

$$Q_{r,\acute{e}q} = \frac{K_{A1}}{K_{A2}} = \frac{10^{-pK_{A1}}}{10^{-pK_{A2}}} = 10^{pK_{A2}-pK_{A1}}$$

ت.ع:

$$Q_{r,\acute{e}q} = 10^{9,2-4,8} = 2,5 \cdot 10^4$$

3.1-إيجاد τ نسبة التقدم النهائي :

لدينا:

$$\tau = \frac{x_{\acute{e}q}}{x_{max}}$$

تحديد x_{max} :

من الجدول الوصفي لدينا: $x_{max} = n_1 = 10^{-3} \text{ mol}$

تحديد $x_{\acute{e}q}$:

$$Q_{r,\acute{e}q} = \frac{[CH_3COO^-]_{\acute{e}q}[NH_4^+]_{\acute{e}q}}{[CH_3COOH]_{\acute{e}q} \cdot [NH_3]_{\acute{e}q}} = \frac{\left(\frac{x_{\acute{e}q}}{v}\right)^2}{\left(\frac{n_1 - x_{\acute{e}q}}{v}\right)^2} = \left(\frac{x_{\acute{e}q}}{n_1 - x_{\acute{e}q}}\right)^2$$

من تعبير خارج التفاعل عند التوازن نكتب :

$$\frac{x_{\acute{e}q}}{n_1 - x_{\acute{e}q}} = \sqrt{Q_{r,\acute{e}q}} \Rightarrow x_{\acute{e}q} \sqrt{Q_{r,\acute{e}q}} = n_1 - x_{\acute{e}q} \Rightarrow x_{\acute{e}q} = \frac{n_1}{1 + \sqrt{Q_{\acute{e}q}}}$$

$$\xrightarrow{\text{ت.ع}} x_{\acute{e}q} = \frac{10^{-3}}{1 + \sqrt{2,5 \cdot 10^4}} \approx 10^{-3} \text{ mol}$$

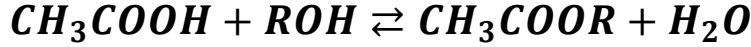
$$\tau = \frac{x_{\acute{e}q}}{x_{max}} = \frac{10^{-3}}{10^{-3}} = 1$$

التحول المدروس كلي .

2-دراسة تفاعل حمض الايثانويك مع الكحول :

1.2-فائدة التسخين بالارتداد هي تغادي ضياع كمية مادة المتفاعلات والنواتج .

2.2-كتابة المعادلة الكيميائية للتفاعل :



1.3.2-مردود التفاعل :

$$r = \frac{n_{exp}}{n_{th}} = \frac{x_{\acute{e}q}}{x_{max}}$$

$$x_{\acute{e}q} = n_E = \frac{m_E}{M(E)} \xrightarrow{\text{ت.ع}} x_{\acute{e}q} = \frac{m_E}{M(E)} = \frac{2}{196} = 10^{-2} \text{ mol}$$

$$\text{كما أن : } n_i(ROH) - x_{max} = 0 \Rightarrow x_{max} = n_i(ROH) = \frac{m_A}{M(ROH)}$$

$$\xrightarrow{\text{ت.ع}} x_{max} = \frac{385}{154} = 0,25 \text{ mol}$$

$$r = \frac{x_{\acute{e}q}}{x_{max}} = \frac{10^{-2}}{0,25} = 4 \cdot 10^{-2} \Rightarrow r = 4\%$$

2.3.2-الطريقتان التي تمكنان من رفع المردود :

-استعمال أحد المتفاعلات بوفرة .

-إزالة أحد النواتج .

الجزء الثاني : دراسة العمود نحاس - نيكل

1-تحديد منحنى التطور التلقائي للمجموعة :

حساب خارج التفاعل البدني :

$$Q_{r,i} = \frac{[Zn^{2+}]_i}{[Cu^{2+}]_i} = \frac{10^{-2}}{10^{-2}} = 1$$

نلاحظ أن : $Q_{r,i} < K = 5 \cdot 10^{36}$

حسب معيار التطور التلقائي تتطور المجموعة في المنحنى المباشر أي منحنى تكون Zn^{2+} و Cu .

2-تمثيل التبيانة الاصطلاحية للعمود :

خلا اشتغال العمود يحدث اختزال لأيون Cu^{2+} وبالتالي يمت فلز النحاس القطب الموجب للعمود .

التبيانة الاصطلاحية للعمود هي :



3-تعبير Δt_{max} المدة الزمنية القصوى لاشتغال العمود :

$$Q_{max} = I\Delta t_{max} = n(e^-)_{max} \cdot F$$

حسب الجدو الوصفي :

المتفاعل المحد هو Cu^{2+} ومنه $x_{max} = [Cu^{2+}]_i \cdot V$ وكمية مادة الالكترونات المنتقلة : $n(e^-)_{max} = 2x_{max}$

نستنتج :

$$n(e^-)_{max} = \frac{I\Delta t_{max}}{F} = 2x_{max} \Rightarrow \frac{I\Delta t_{max}}{F} = 2[Cu^{2+}]_i \cdot V \Rightarrow \Delta t_{max} = \frac{2[Cu^{2+}]_i \cdot V \cdot F}{I}$$

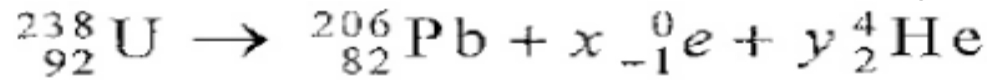
ت.ع:

$$\Delta t_{max} = \frac{210^{-2} \times 0,2 \times 9,65 \cdot 10^4}{75 \cdot 10^{-3}} \approx 5147 \text{ s} \rightarrow \Delta t_{max} = 1h25min47s$$

الفيزياء النووية :

1-دراسة نواة الأورانيوم $^{238}_{92}U$:

1.1-تحديد العددين x و y :



-قانون انحفاظ العدد الاجمالي للنويات :

$$238 = 206 + x \times 0 + 4y \rightarrow y = \frac{238 - 206}{4} = 8$$

-قانون انحفاظ عدد الشحنة :

$$92 = 82 - x + 2y \rightarrow x = 82 + 2 \times 8 - 92 = 6$$

2.1-تركيب نواة الأورانيوم 238 :

تحتوي نواة الأورانيوم $^{238}_{92}U$ على :

92 Z بروتون و N=238-92=146 نوترون

3.1-طاقة الربط بالنسبة لنوية :

طاقة الربط بالنسبة لنواة الأورانيوم $^{238}_{92}U$:

$$E_\ell(^{238}_{92}U) = [(Zm_p + Nm_n) - m(^{238}_{92}U)]c^2$$

ت.ع:

$$E_\ell(^{238}_{92}U) = [(92 \times 1,00728u + 146 \times 1,00866u) - 238,00031u]c^2 = 1,93381u \cdot c^2$$

$$E_\ell(^{238}_{92}U) = 1,93381 \times 931,5 \text{ MeV} \cdot c^{-2} \cdot c^2 = 1801,34 \text{ MeV}$$

طاقة الربط بالنسبة لنوية :

$$\xi(^{238}_{92}U) = \frac{E_\ell(^{238}_{92}U)}{A} = \frac{1801,34}{238} = 7,57 \text{ MeV/nucleon}$$

بما أن $\xi(^{238}_{92}U) < \xi(^{206}_{82}Pb)$ نويده الرصاص $^{206}_{82}Pb$ أكثر استقرارا من نويده الأورانيوم $^{238}_{92}U$.

2-تاريخ صخرة معدنية بواسطة الأورانيوم -الرصاص :

2.1-إثبات تعبير عمر الصخرة المعدنية :

حسب قانون التناقص الإشعاعي :

$$N_u(t) = N_0 e^{-\lambda t} \quad (1)$$

حيث $N_u(t)$ عدد النويدات المتبقية عند اللحظة t .

$$N_{Pb}(t) = N_0 - N_u(t) = N_0(1 - e^{-\lambda t}) \quad (2)$$

ومن العلاقة (1) نستنتج : $N_0 = N_U(t) \cdot e^{\lambda t}$ نعوض في العلاقة (2) نحصل على :

$$N_{Pb}(t) = N_U(t) \cdot e^{\lambda t} (1 - e^{-\lambda t}) = N_U(t) \cdot (e^{\lambda t} - 1)$$

$$e^{\lambda t} - 1 = \frac{N_{Pb}(t)}{N_U(t)} \Rightarrow e^{\lambda t} = \frac{N_{Pb}(t)}{N_U(t)} + 1 \Rightarrow \lambda \cdot t = \ln \left(\frac{N_{Pb}(t)}{N_U(t)} + 1 \right) \Rightarrow t = \frac{1}{\lambda} \cdot \ln \left(\frac{N_{Pb}(t)}{N_U(t)} + 1 \right)$$

$$t = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} \cdot \ln \left(\frac{N_{Pb}(t)}{N_U(t)} + 1 \right)$$

نعلم أن :

$$N(Pb) = \frac{m_{Pb}(t)}{M(Pb)} \cdot N_A \quad \text{و} \quad N(U) = \frac{m_U(t)}{M(U)} \cdot N_A$$

نستنتج :

$$t = \frac{t_{1/2}}{\ln 2} \cdot \ln \left(\frac{m_{Pb}(t) \cdot M(^{238}_{92}U)}{m_U(t) \cdot M(^{206}_{82}Pb)} + 1 \right)$$

تطبيق عددي :

$$t = \frac{4,5 \cdot 10^9}{\ln 2} \cdot \ln \left(\frac{0,01 \times 238}{10 \times 206} + 1 \right) = 7,5 \cdot 10^6 \text{ ans}$$

الكهرباء

الجزء الاول : استجابة ثنائي القطب RL لرتبة توتر صاعدة

1- تمثيل u_R و u_b في اصطلاح مستقبل :

2.1- إثبات المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار i :

- إثبات المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار :

حسب قانون إضافية التوترات :

$$E = u_b + u_R$$

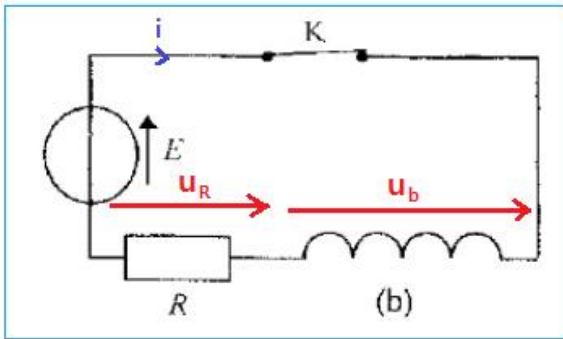
حسب قانون أوم : $u_R = Ri$ و $u_L = L \frac{di}{dt} + ri$

$$L \frac{di}{dt} + ri + Ri = E$$

$$L \frac{di}{dt} + i(R + r) = E$$

$$\frac{L}{R + r} \cdot \frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R + r}$$

1.3- إيجاد تعبير كل من τ و A :



حل المعادلة التفاضلية : $i(t) = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

$$\frac{di}{dt} = A \cdot \frac{1}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

نعوض في المعادلة التفاضلية :

$$\frac{L}{R+r} \cdot \frac{A}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} + A - Ae^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{R+r}$$

$$A \left(\frac{L}{\tau \cdot (R+r)} - 1 \right) e^{-\frac{t}{\tau}} + A - \frac{E}{R+r} = 0$$

$$\begin{cases} \frac{L}{\tau \cdot (R+r)} - 1 = 0 \\ A - \frac{E}{R+r} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \tau = \frac{L}{R+r} \\ A = \frac{E}{R+r} \end{cases} \text{ و}$$

3.2- تحديد قيمة كل من L و r في النظام الدائم :

$$I_0 = A = \frac{E}{R+r} \Rightarrow R+r = \frac{E}{I_0} \Rightarrow r = \frac{E}{I_0} - R$$

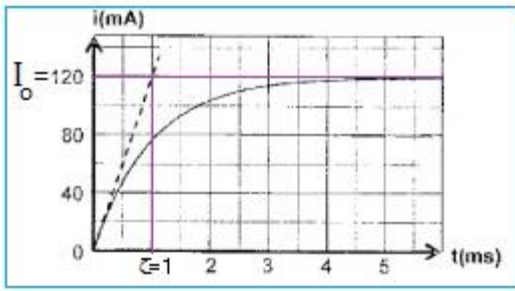
مبيانيا : $I_0 = 120 \text{ mA} = 0,12 \text{ A}$

$$r = \frac{12}{0,12} - 92 \Rightarrow r = 8\Omega$$

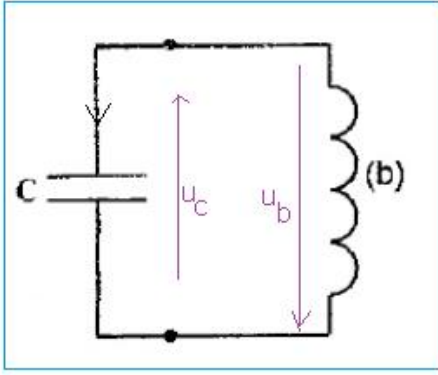
مبيانيا ثابتة الزمن τ تساوي :

$$\tau = 1 \text{ ms} = 10^{-3} \text{ s}$$

$$\tau = \frac{L}{R+r} \Rightarrow L = \tau(R+r) \xrightarrow{\text{ت.ع}} L = 10^{-3}(92 + 8) = 0,1 \text{ H}$$



الجزء الثاني: تأثير المقاومة على الطاقة الكلية :



1- إثبات المعادلة التفاضلية ل $q(t)$:

حسب قانون إضافية التوترات : $u_b + u_c = 0$

$$L \frac{di}{dt} + ri + \frac{q}{C} = 0 \quad (1) \Leftrightarrow L \frac{di}{dt} + ri + u_c = 0 \quad \text{أي :}$$

نعلم أن :

$$\begin{cases} i = \frac{dq}{dt} \\ \frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2} \end{cases}$$

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + r \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

المعادلة التفاضلية للشحنة q :

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{r}{L} \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{1}{L \cdot C} \cdot q = 0$$

2- تحديد المنحنى الموافق للطاقة المخزونة في الوشعة :

عند اللحظة $t = 0$ لدينا : $q(0) \neq 0$ و $i(0) = 0$

$$E_m = \frac{1}{2} Li^2 = 0 \quad \text{و} \quad E_e(0) = \frac{1}{2C} q^2(0) \neq 0$$

وبالتالي : المنحنى الموافق للطاقة المخزونة في الوشعة هو المنحنى (ب)

3.1- تعبير الطاقة الكلية E_T :

$$E_T = E_e + E_m$$

$$E_T = \frac{1}{2C} \cdot q^2 + \frac{1}{2} L \cdot i^2$$

مع $i = \frac{dq}{dt}$ نحصل على :

$$E_T = \frac{1}{2C} \cdot q^2 + \frac{1}{2} L \cdot \left(\frac{dq}{dt} \right)^2 = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{C} \cdot q^2 + L \cdot \left(\frac{dq}{dt} \right)^2 \right]$$

3.2- إثبات العلاقة $dE_T = -r \cdot i^2 dt$

لدينا :

$$\frac{dE_T}{dt} = \frac{1}{2} \left(2 \frac{q}{C} \cdot \frac{dq}{dt} + 2L \cdot \frac{dq}{dt} \cdot \frac{d^2q}{dt^2} \right) = \frac{dq}{dt} \left(\frac{q}{C} + L \cdot \frac{d^2q}{dt^2} \right)$$

حسب المعادلة التفاضلية:

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + r \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \Rightarrow L \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = -r \frac{dq}{dt}$$

إذن :

$$\frac{dE_T}{dt} = \frac{dq}{dt} \left(\frac{q}{C} + L \cdot \frac{d^2q}{dt^2} \right) = -r \left(\frac{dq}{dt} \right)^2 = -r \cdot i^2$$

وبالتالي : $dE_T = -r \cdot i^2 < 0$

الطاقة الكلية تتناقص مع مرور الزمن بفعل ضياع الاقاة بمفعول جول في مقاومة الوشعة .

4- تحديد الطاقة المبددة في الدارة بين اللحظتين t_1 و t_2 :

لدينا : $E_T = E_e + E_m$

عندما تكون E_e قصوية تكون E_m دنوية أي $E_m = 0$ والعكس .

- عند اللحظة $t_1 = 2 \text{ ms}$ مبانيا :

$$E_T(t_1) = E_e(t_1) + E_m(t_1) = 10 \text{ mJ} + 0 = 10 \text{ mJ}$$

-- عند اللحظة $t_1 = 3 \text{ ms}$ مبانيا :

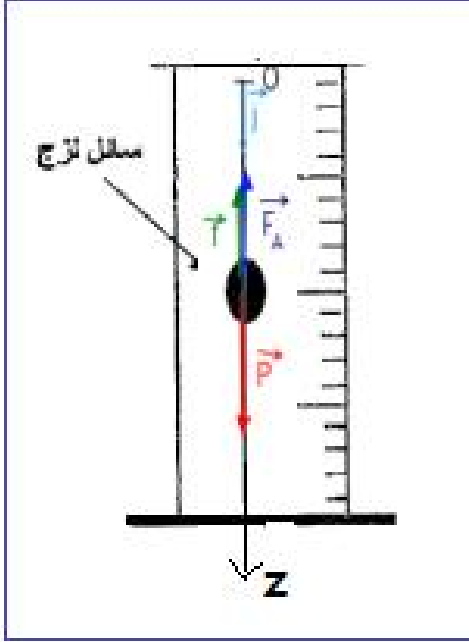
$$E_T(t_2) = E_e(t_2) + E_m(t_2) = +7,5 \text{ mJ} = 7,5 \text{ mJ}$$

- الطاقة المبددة :

$$|\Delta E_T| = |E_T(t_2) - E_T(t_1)| = |7,5 - 10| = 2,5 \text{ mJ}$$

الميكانيك

1- إثبات المعادلة التفاضلية :



تخضع الكرة خلال سقوطها في السائل الى القوى التالية :

\vec{P} وزنها .

\vec{F}_A : دافعة أرخميدس .

\vec{f} : القوة الاحتكاك .

تطبيق القانون الثاني لنيوتن في المعلم (O, \vec{k}) الذي نعتبره

غاليليا :

$$\vec{P} + \vec{F}_A + \vec{f} = m \cdot \vec{a}_G$$

الاسقاط على المحور Oz :

$$m \cdot g - K \cdot v_G - F_A = m \cdot a_G$$

$$m \cdot g - K \cdot v_G - \rho \cdot V \cdot g = m \cdot \frac{dv_G}{dt}$$

$$\frac{dv_G}{dt} + \frac{K}{m} \cdot v_G = g \left(1 - \frac{\rho \cdot V}{m} \right)$$

نضع :

$$\frac{dv_G}{dt} + Av_G = B \quad \text{المعادلة التفاضلية تكتب :} \quad B = g \left(1 - \frac{\rho \cdot V}{m} \right) \text{ و } A = \frac{K}{m}$$

2- التحقق من حل المعادلة التفاضلية :

لدينا :

$$\left[\begin{aligned} v_G(t) &= \frac{B}{A} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \\ \frac{dv_G}{dt} &= \frac{B}{A \cdot \tau} e^{-\frac{t}{\tau}} \end{aligned} \right.$$

نعوض العلاقات في المعادلة التفاضلية نحصل على :

$$\frac{dv_G}{dt} + Av_G = \frac{B}{A \cdot \tau} e^{-\frac{t}{\tau}} + A \cdot \frac{B}{A} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) = e^{-\frac{t}{\tau}} \left(\frac{B}{A \cdot \tau} - B \right) + B$$

$$\frac{dv_G}{dt} + Av_G = e^{-\frac{t}{\tau}} \left(\frac{B}{A} \cdot A - B \right) + B = B$$

وبالتالي التعبير $v_G(t) = \frac{B}{A} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$ حل للمعادلة التفاضلية .

3- تعبير السرعة الحدية V_{lim} :

في النظام الدائم يكون : $v_G = V_{lim} = cte$ ومنه : $\frac{dv_G}{dt} = 0$

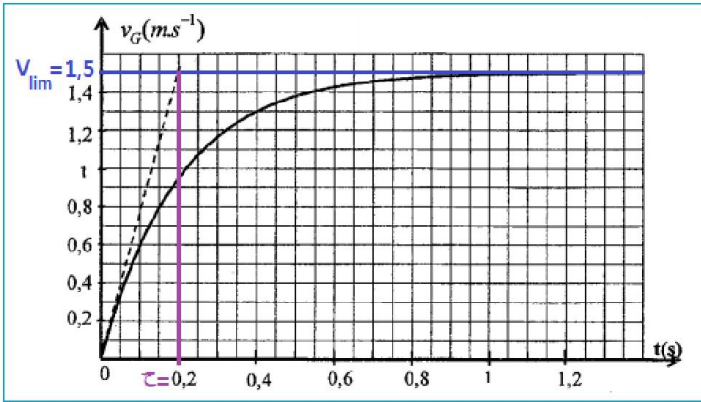
المعادلة التفاضلية تكتب :

$$\left(\frac{dv_G}{dt} \right)_{lim} + Av_{G\ lim} = B \Rightarrow 0 + A \cdot V_{lim} = B \Rightarrow V_{lim} = \frac{B}{A}$$

4- تحديد V_{lim} و τ مبيانيا :

السرعة الحدية : $V_{lim} = 1,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

الزمن المميز : $\tau = 0,20 \text{ s}$



5- إيجاد المعامل K :

$$K = mA = \frac{m}{\tau}$$

$$K = \frac{4,1 \cdot 10^{-3} \text{ kg}}{0,2 \text{ s}}$$

$$K = 2,05 \cdot 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$$

6- تحديد قيمة η لزوجة السائل :

$$K = 6\pi\eta \cdot r$$

$$\eta = \frac{K}{6\pi r}$$

$$\eta = \frac{2,05 \cdot 10^{-2}}{6\pi \times 6 \cdot 10^{-3}}$$

$$\eta = 0,181 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

ت.ع:

7- إيجاد قيمتي a_1 و v_2 :

حساب a_1 :

$$a_1 = 7,57 - 5v_1$$

$$a_1 = 7,57 - 5 \times 0,25$$

$$a_1 = 6,32 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

حساب v_2 :

$$v_2 = v_1 + a_1 \Delta t$$

$$v_2 = 0,25 + 6,32 \times 0,033$$

$$v_2 = 0,46 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$