المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2013
الموضوع

NS27

المادة	الفيزياء والكيمياء	مدة الإنجاز	3
الشعب(ة) أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الزراعية وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها	المعامل	5

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة العلمية غير القابلة للبرمجة
- تعطى التعابير الحرفية قبل إنجاز التطبيقات العددية

يتضمن موضوع الامتحان أربعة تمارين: تمرين في الكيمياء وثلاثة تمارين في الفيزياء

- **الكيمياء:** دراسة مُقلِّح تجاري **(7 نقط)**
- **الفيزياء**
  - **التمرين 1: الإشعاعات النووية في خدمة الطب** **(3 نقط)**
  - **التمرين 2: المكثفات العادية والمكثفات الفائقة** **(5 نقط)**
  - **التمرين 3: مميزات بعض المقادير المرتبطة بحركة جسم صلب** **(5 نقط)**

التنقيط	الموضوع

الكيمياء (7 نقط): دراسة مُقلِّح تجاري

تتعرض أغلب الأجهزة الكهربائية المنزلية مثل: المسخن المائي الكهربائي و آلة تقطير القهوة ... إلى ترسبات كلسية يُمكن إزالتها باستعمال مُقلِّحات (détartrants) تجارية. يُفضل استعمال المقلحات التي تحتوي على حمض اللاكتيك $C_3H_6O_3$ نظرا لفعاليته وعدم تفاعله مع مكونات الأجهزة، وتحلله بسهولة في الطبيعة إضافة إلى كونه غير ملوث للبيئة.
يهدف هذا التمرين إلى دراسة محلول مائي لحمض اللاكتيك، والتحقق من النسبة المئوية الكتلية لهذا الحمض في مُقلِّح تجاري، ثم دراسة تتبع تطور سرعة التفاعل أثناء إزالة راسب كلسي.

المعطيات:

معلومات مدونة على لصيقة قنينة المقلح التجاري	• **النسبة المئوية الكتلية لحمض اللاكتيك في المقلح:** $P = 45\%$ • **يُفرغ المقلح التجاري المركز في الجهاز المراد تنظيفه؛** • **يستعمل المقلح التجاري المركز مع التسخين.**
الكتلة المولية الجزيئية لحمض اللاكتيك	$M(C_3H_6O_3) = 90\ g.mol^{-1}$
الكتلة الحجمية للمقلح التجاري	$\rho = 1{,}13\ kg.L^{-1}$

1. دراسة محلول مائي لحمض اللاكتيك
نحضر حجما $V_0 = 500\ mL$ لمحلول مائي لحمض اللاكتيك $C_3H_6O_3(aq)$ تركيزه المولي $C_0 = 0{,}1\ mol.L^{-1}$.
أعطى قياس pH هذا المحلول القيمة $pH = 2{,}44$.

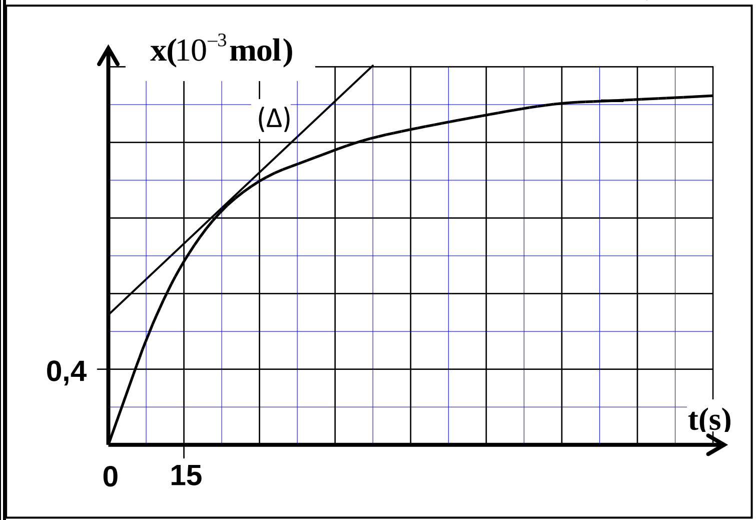
0.5 **1.1.** أُكتب المعادلة الكيميائية المنمذجة لتفاعل حمض اللاكتيك مع الماء علما أن التحول غير كلي.
1 **2.1.** أنشئ الجدول الوصفي لتقدم التفاعل.
0.75 **3.1.** تحقق أن قيمة $x_{éq}$ التقدم النهائي للتفاعل عند حالة توازن المجموعة هي $x_{éq} \simeq 1{,}81.10^{-3} mol$.
0.75 **4.1.** أوجد قيمة pK_A للمزدوجة $C_3H_6O_3(aq)/C_3H_5O_3^-(aq)$.

2. تحديد النسبة المئوية الكتلية لحمض اللاكتيك في مُقلِّح تجاري
نستعمل مقلحا تجاريا مركزا يحتوي على حمض اللاكتيك تركيزه المولي C. للتحقق من قيمة النسبة المئوية الكتلية لحمض اللاكتيك في هذا المقلح، نخفف المقلح التجاري المركز 100 مرة فنحصل على محلول مائي (S_A) لحمض اللاكتيك تركيزه المولي $(C_A = \frac{C}{100})$. نعاير الحجم $V_A = 10\ mL$ من المحلول (S_A) بواسطة محلول مائي لهيدروكسيد الصوديوم $Na^+(aq) + HO^-(aq)$ تركيزه المولي $C_B = 2.10^{-2}\ mol.L^{-1}$. الحجم المضاف عند التكافؤ هو $V_{B,E} = 28{,}3\ mL$.

0.5 **1.2.** أُكتب المعادلة الكيميائية للتفاعل الحاصل أثناء المعايرة والذي نعتبره كليا.
1 **2.2.** أُحسب قيمة C_A. اِستنتج قيمة C.
0.5 **3.2.** يعبر عن النسبة المئوية الكتلية لحمض اللاكتيك في المقلح التجاري بالعلاقة $P = \frac{C.M(C_3H_6O_3)}{\rho}$.
تحقق من قيمة النسبة المئوية الكتلية لحمض اللاكتيك في المقلح التجاري.

3. دراسة تتبع تطور سرعة التفاعل أثناء إزالة راسب كلسي

يتكون الراسب الكلسي المتكون في آلة تقطير القهوة أساسا من كربونات الكالسيوم $CaCO_3(s)$.
يُؤثر حمض اللاكتيك على كربونات الكالسيوم أثناء عملية إزالة هذا الراسب.
للوقوف على بعض العوامل المؤثرة على مدة إزالة الراسب، نصب حجما $V=10\ mL$ من المحلول المخفف (S_A) السابق للمقلح التجاري على كمية من كربونات الكالسيوم الصلب، ونتتبع باستعمال تركيب تجريبي ملائم تطور تقدم التفاعل . مَكَّنَت الدراسة التجريبية باستعمال وسيط معلوماتي من خط المنحنى جانبه الممثل لتغير التقدم x للتفاعل بدلالة الزمن.



0.75 **1.3.** قيمة زمن نصف التفاعل هي $t_{1/2}=15\ s$. أوجد قيمة x_f التقدم النهائي للتفاعل.

0.75 **2.3.** عين مبيانيا قيمة v السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة $t=22,5\ s$ (نذكر أن $v=\frac{1}{V}.\frac{dx}{dt}$ ويمثل المستقيم (Δ) المماس للمنحنى عند اللحظة $t=22,5\ s$).

0.5 **3.3.** تشير اللصيقة إلى أنه خلال عملية التنظيف يجب استعمال المقلح التجاري المركز مع التسخين . ما هو أثر استعمال المقلح التجاري المركز مع التسخين على المدة الزمنية اللازمة لإزالة الراسب؟ علل جوابك.

الفيزياء (13 نقطة)

التمرين 1 (3 نقط): الإشعاعات النووية في خدمة الطب

يعتبر الطب أحد المجالات الرئيسية التي عرفت تطبيقات للأنشطة الإشعاعية؛ حيث يوظف عدد من النويدات المشعة لتشخيص الأمراض ومعالجتها، ومن بينها الرينيوم $^{186}_{75}Re$ الذي تستعمل جرعات منه للتخفيف من آلام الروماتيزم عن طريق الحقن الموضعي.

المعطيات:

ثابتة النشاط الإشعاعي للرينيوم $^{186}_{75}Re$: $\lambda=2,2.10^{-6}s^{-1}=0,19\ jour^{-1}$

1. تفتت نويدة الرينيوم $^{186}_{75}Re$

0.5 **1.1.** أعط تركيب نويدة الرينيوم $^{186}_{75}Re$.

0.75 **2.1.** ينتج عن تفتت النويدة $^{186}_{75}Re$ نويدة الأوسميوم $(Osmium)$ $^{186}_{76}Os$.
أُكتب معادلة تفتت نويدة الرينيوم، وحدد طراز هذا الإشعاع.

2. الحقن الموضعي بالرينيوم

يوجد الدواء المستعمل للحقن على شكل جُرعات، تحتوي على الرينيوم $^{186}_{75}Re$، حجم كل واحدة منها $V_0=10\ mL$.
النشاط الإشعاعي للرينيوم الموجود في كل جرعة عند اللحظة $t_0=0$ هو $a_0=4.10^9\ Bq$.

0.5 **1.2.** حدد، بالوحدة $(jours)$، قيمة عمر النصف $t_{1/2}$ للرينيوم $^{186}_{75}Re$.

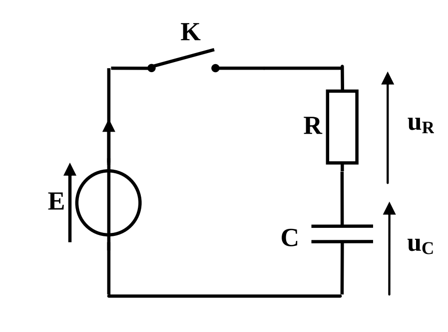
0.5 **2.2.** أوجد، عند اللحظة $t_1=4,8 jours$ ، قيمة N_1 عدد نويدات الرينيوم الموجودة في كل جرعة.

0.75 **3.2.** عند نفس اللحظة t_1 نأخذ من الجرعة ذات الحجم $V_0=10\ mL$ ، حقنة حجمها V وعدد نويدات الرينيوم فيها هو $N=3,65.10^{13}$ ، ثم نحقن بها مريضا في مفصل الكتف. أوجد قيمة V .

التمرين 2 (5 نقط): المكثفات العادية والمكثفات الفائقة

المكثفات مركبات إلكترونية تختلف من حيث رتبة قدر سعتها ووظيفتها، إذ تستعمل المكثفات العادية ذات السعة من رتبة قدر الميكروفاراد"μF" في الأجهزة والأنظمة الكهربائية والإلكترونية المتداولة التي تعتمد في مبدإ اش تغالها على التذبذبات الكهربائية، وبالمقابل توظف المكثفات الفائقة (supercondensateurs) ذات السعة من رتبة قدر الكيلوفاراد "$10^3\ F$" في محركات السيارات الكهربائية الهجينة (hybrides) ودارة إقلاع محركات الترامواي ...
يهدف هذا التمرين إلى دراسة تصرف مكثف (عادي/فائق) في دارة كهربائية، ومقارنة تخزين الطاقة الكهربائية في هذين النوعين من المكثفات، وكذا دراسة انتقال الطاقة بين مكثف ووشيعة في دارة RLC متوالية.

1. تصرف مكثف في دارة كهربائية



الشكل 1

نعتبر التركيب الممثل في الشكل (1) والمكون من:
- مولد مؤمثل للتوتر قوته الكهرمحركة $E = 6\ V$ ؛
- مكثف عادي سعته C غير مشحون بدئيا؛
- موصل أومي مقاومته $R = 65\ \Omega$ ؛
- قاطع التيار K.

عند اللحظة $t=0$ ، نغلق قاطع التيار فيشحن المكثف.

1.1. أثبت أن المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C تكتب: **0.5**

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{R.C}.u_C = \frac{E}{R.C}$$

2.1. حل المعادلة التفاضلية هو $u_C = A.(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$. أوجد تعبيري الثابتة A وثابتة الزمن τ بدلالة برامترات الدارة. **0.75**

3.1. قيمة ثابتة الزمن هي $\tau = 6{,}5.10^{-4}\ s$. استنتج قيمة C. **0.5**

4.1. أُحسب قيمة الطاقة الكهربائية $\mathscr{E}_e$ المخزونة في المكثف في النظام الدائم. **0.5**

5.1. نستبدل في التركيب السابق المكثف العادي بمكثف فائق سعته $C_1 = 10^3\ F$ ونغلق من جديد قاطع التيارK.

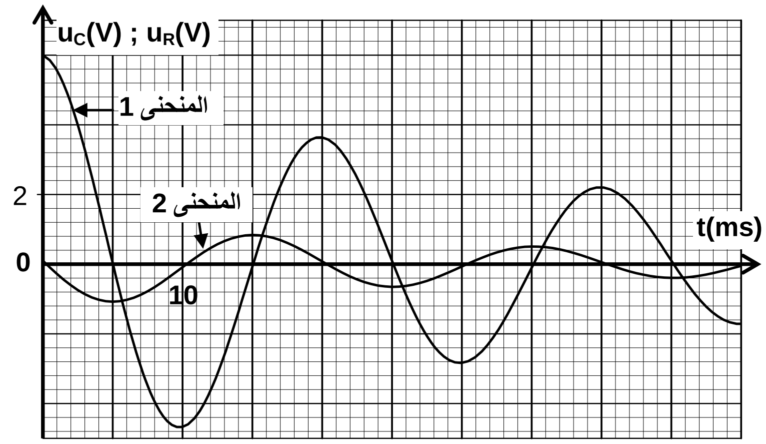
أ. حدد، معللا جوابك، تأثير استبدال المكثف العادي بالمكثف الفائق على مدة الشحن. **0.5**

ب. نعتبر $\mathscr{E}_{e1}$ الطاقة الكهربائية المخزونة في المكثف الفائق عند نهاية الشحن. أحسب قيمة النسبة $\frac{\mathscr{E}_{e1}}{\mathscr{E}_e}$. **0.5**

استنتج فائدة المكثف الفائق مُقارنة مع المكثف العادي.

2. انتقال الطاقة بين مكثف ووشيعة في دارة RLC متوالية

نعوض في تركيب الشكل (1) المولد المؤمثل للتوتر بوشيعة معامل تحريضها L ومقاومتها مهملة ، ونستعمل مكثفا عاديا سعته $C = 10\ \mu F$ مشحونا كليا، ثم نغلق قاطع التيار عند اللحظة $t = 0$. تمَ الحصول، بواسطة وسيط معلوماتي ولاقط التوتر، على المنحنيين (1) و (2) الممثلين لتغيرات كل من التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثف والتوتر $u_R(t)$ بين مربطي الموصل الأومي (الشكل 2).



الشكل 2

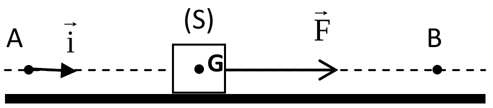
0.25	**1.2.** بين أن المنحنى (1) يمثل تغيرات التوتر $u_C(t)$.
0.75	**2.2.** عين مبيانيا قيمة شبه الدور T. استنتج قيمة معامل التحريض L للوشيعة باعتبار الدور الخاص T_0 للتذبذبات الكهربائية الحرة غير المخمدة يساوي شبه الدور T (نأخذ $\pi^2=10$).
0.75	**3.2.** يعبر عن الطاقة الكلية $\mathscr{E}$ للدارة بالعلاقة $\mathscr{E}=\mathscr{E}_e+\mathscr{E}_m$، حيث $\mathscr{E}_e$ الطاقة الكهربائية المخزونة في المكثف و $\mathscr{E}_m$ الطاقة المغنطيسية المخزونة في الوشيعة. حدد عند اللحظة $t=15\ ms$ قيمة الطاقة الكلية للدارة.

التمرين 3 (5 نقط): مميزات بعض المقادير المرتبطة بحركة جسم صلب

نصادف في حياتنا اليومية حركات مستقيمية تختلف طبيعتها حسب نوعية التأثيرات الميكانيكية ، ويسمح تطبيق قوانين نيوتن بتحديد طبيعة هذه الحركات ومميزات بعض المقادير المرتبطة بها.
يهدف هذا التمرين إلى دراسة حركة جسم صلب في حالتين، حيث يخضع في الحالة الأولى إلى قوة ثابتة ويخضع في الحالة الثانية إلى قوة ارتداد.

1. الحالة الأولى: دراسة حركة إزاحة جسم صلب فوق مستوى أفقي

نضع جسما صلبا (S) مركز قصوره G وكتلته m فوق مستوى أفقي، ونطبق عليه بواسطة خيط قوة $\vec{F}$ ثابتة أفقية منحاها هو منحى الحركة . لدراسة حركة G نختار معلما $(A,\vec{i})$ مرتبطا بالأرض، ونعتبر لحظة انطلاق G من A بدون سرعة بدئية أصلا للتواريخ $(t=0)$. يمر G من الموضع B في اللحظة t_B بالسرعة $\vec{v}_B$ (الشكل 1).



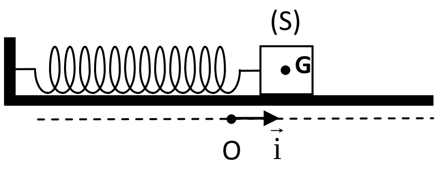
الشكل 1

المعطيات:
- نهمل جميع الاحتكاكات؛
- $v_B=2\ m.s^{-1}$ ؛ $t_B=2\ s$ ؛ $m=0,25\ kg$

1	**1.1.** بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، أثبت أن المعادلة التفاضلية التي يحققها x_G أفصول G في المعلم $(A,\vec{i})$ هي: $\frac{d^2x_G}{dt^2}=\frac{F}{m}$. استنتج طبيعة حركة G.
0.5	**2.1.** أوجد التعبير العددي لمتجهة التسارع $\vec{a}_1$ لحركة G.
0.25	**3.1.** أحسب شدة القوة $\vec{F}$.

2. الحالة الثانية: دراسة حركة مجموعة متذبذبة { جسم صلب – نابض}

نثبت الجسم الصلب (S) السابق بطرف نابض أفقي لفاته غير متصلة وكتلته مهملة وصلابته K. الجسم (S) قابل للانزلاق بدون احتكاك فوق مستوى أفقي. لدراسة حركة G نختار معلما $(O,\vec{i})$ مرتبطا بالأرض، حيث يكون أفصول G منعدما عند التوازن $(x_G=0)$ (الشكل 2).



الشكل 2

نزيح الجسم (S) أفقيا عن موضع توازنه في المنحى الموجب بالمسافة $X_0=4\ cm$، ثم نحرره بدون سرعة بدئية عند اللحظة $t=0$.

0.75	**1.2.** بتطبيق القانون الثاني لنيوتن، أثبت المعادلة التفاضلية التي يحققها الأفصول x_G.
0.75	**2.2.** ينجز المتذبذب 10 تذبذبات في المدة الزمنية $\Delta t=10\ s$. أوجد قيمة K (نأخذ $\pi^2=10$).
0.5	**3.2.** حل المعادلة التفاضلية يكتب $x(t)=X_m.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi\right)$. أوجد التعبير العددي لِـ $x(t)$.
0.75	**4.2.** أوجد التعبير العددي لِـ $\dot{x}(t)$ سرعة مركز القصور G. حدد قيمتها عند مرور G من موضع التوازن في المنحى الموجب للمرة الأولى.
0.5	**3.** نرمز بـ $\vec{a}_2$ لمتجهة التسارع لحركة G في الحالة الثانية. قارن $\vec{a}_1$ و $\vec{a}_2$.

تصحيح الامتحان الوطني للفيزياء الدوة العادية 2013
مسلك علوم الحياة والأرض

الكيمياء:

1-دراسة محلول مائي لحمض اللاكتيك :

<u>1.1-معادلة التفاعل :</u>

$$C_3H_6O_{3(aq)} + H_2O_{(l)} \rightleftarrows C_3H_5O_3^- + H_3O^+_{(aq)}$$

<u>2.1-الجدول الوصفي :</u>

معادلة التفاعل		$C_3H_6O_{3(aq)}$ +	$H_2O_{(l)}$ ⇄	$C_3H_5O_3^-$ +	$H_3O^+_{(aq)}$
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة بالمول			
الحالة البدئية	0	C_0V_0	وفير	0	0
الحالة الوسيطية	x	$C_0V_0 - x$	وفير	x	x
حالة التوازن	$x_{éq}$	$C_0V_0 - x_{éq}$	وفير	$x_{éq}$	$x_{éq}$

<u>3.1-التحق من قيمة $x_{éq}$:</u>

من خلال الجدول الوصفي : $n_f(H_3O^+) = x_{éq}$

$x_{éq} = [H_3O^+]_{éq}.V_0$: وبالتالي $[H_3O^+]_{éq} = \frac{n_f(H_3O^+)}{V_0} = \frac{x_{éq}}{V_0}$

$$x_{éq} = 10^{-pH}.V_0$$

ت.ع : $x_{éq} = 10^{-2,44} \times 500.10^{-3} = 1,81.10^{-3}\ mol$

<u>4.1-حساب pk_A :</u>

من خلال الجدول الوصفي :

$$\left|\begin{array}{l} [H_3O^+]_{éq} = [C_3H_5O_3^-]_{éq} = \dfrac{x_{éq}}{V_0} = 10^{-pH} \\ [C_3H_6O_3]_{éq} = \dfrac{C_0V_0 - x_{éq}}{V_0} = C_0 - \dfrac{x_{éq}}{V_0} = C_0 - 10^{-pH} \end{array}\right.$$

$$Q_{r;éq} = K_A = \frac{[H_3O^+]_{éq}.[C_3H_5O_3^-]_{éq}}{[C_3H_6O_3]_{éq}} = \frac{(10^{-pH})^2}{C_0 - 10^{-pH}}$$

$$K_A = \frac{10^{-2pH}}{C_0 - 10^{-pH}} \xrightarrow{\text{ت.ع}} K_A = \frac{10^{-2\times 2,44}}{0,1 - 10^{-2,44}} = 1,37.10^{-4}$$

$$pK_A = -\log K_A \xrightarrow{\text{ت.ع}} pK_A = -\log(1,37.10^{-4}) = 3,86$$

2-تحديد النسبةالمئوية الكتلية للحمض في المقلح:

1.2-معادلة تفاعل المعايرة :

$$C_3H_6O_{3(aq)} + HO^-_{(aq)} \rightarrow C_3H_5O^-_{(aq)} + H_2O_{(l)}$$

2.2-حساب C_A واستنتاج C :

علاقة التكافؤ تكتب : $C_A.V_A = C_B.V_{BE}$ أي: $C_A = \frac{C_B.V_{BE}}{V_A}$

ت.ع: $C_A = \frac{2.10^{-2}\times 28{,}3.10^{-3}}{10.10^{-3}} = 5{,}66.10^{-2}\ mol.L^{-1}$

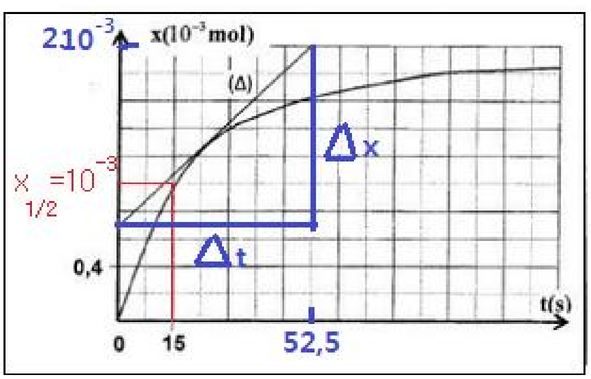
علاقة التخفيف : $\frac{C}{C_A} = 100$ أي: $C = 100C_A = 5{,}66\ mol.L^{-1}$

3.2-التحقق من قيمة النسبة المئوية للحمض مي المقلح :

لدينا : $P = \frac{C.M(C_3H_6O_3)}{\rho} \xrightarrow{\text{ت.ع}} P = \frac{5{,}66mol.L^{-1}\times 90g.mol^{-1}}{1{,}13.10^3g.l^{-1}} = 0{,}45 = 45\%$

3-دراسة تتبع تطور سرعة التفاعل :

1.3-تحديد x_f قيمة التقدم النهائي :



زمن نصف التفاعل هو المدة التي يصل فيها التقدم نصف قيمته النهائية أي عند $t = t_{1/2}$ لدينا : $x_{1/2} = \frac{x_f}{2}$

مبيانيا عند $t_{1/2} = 15s$ نجد $x_{1/2} = 10^{-3}mol$

ومنه : $x_f = 2x_{1/2} = 2.10^{-3}mol$

2.3-التعيين المبياني للسرعة الحجمية عند اللحظة $t = 22{,}5s$:

لدينا : $v = \frac{1}{V}.\frac{dx}{dt}$ عند اللحظة t يكون تعبير السرعة الحجمية:

$v(t) = \frac{1}{V}.\left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)_t$ حيث $K = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)_t$ المعامل الموجه لمماس المنحنى $x(t)$ عند اللحظة $t = 22{,}5\ s$.

$$K = \left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right)_t = \frac{(2-0,7).10^{-3}mol}{(52,5-0)s} = 2,48.10^{-5}mol.s^{-1}$$

$$v(t) = \frac{1}{V}.K = \frac{2,48.10^{-5}mol.s^{-1}}{10.10^{-3}L} \rightarrow v(t) = 2,48.10^{-3}mol.L^{-1}.s^{-1}$$

3.3-يعتبر التركيز البدئي ودرجة الحرارة عاملان حركيان يؤثران على تطور المجموعة الكيميائية .
كلما ارتفعت درجة الحرارة زادت سرعة التفاعل وبالتالي نقصت مدة إزالة الراسب عند استعمال الملقح التجاري .

الفيزياء :

التمرين 1: الاشعاعت النووية في خدمة الطب

1-تفتت نويدة الرينيوم $^{186}_{75}\boldsymbol{Re}$

1.1-تركيب نويدة لبرينيوم $^{186}_{75}\boldsymbol{Re}$:

تتكون النويدة من $Z = 75$ بروتون و $N = A - Z = 111$ نوترون

2.1-معادلة التفتت :

$$^{186}_{75}Re \rightarrow {}^{186}_{76}Os + {}^{A}_{Z}X$$

بتطبيق قوانين الانحفاظ : $\begin{vmatrix} A = 186 - 186 = 0 \\ Z = 75 - 76 = -1 \end{vmatrix} \rightarrow {}^{A}_{Z}X = {}^{0}_{-1}e$

الإشعاع من طراز β^- .

2-الحقن الموضعي بالرينيوم :

1.2-قيمة عمر النصف ب ($\boldsymbol{jours}$) :

$$t_{1/2} = \frac{ln2}{\lambda} \xrightarrow{ت.ع} t_{1/2} = \frac{ln2}{0,19\ jours^{-1}} = 3,65\ jours$$

2.2-عدد النويدات $\boldsymbol{N_1}$ الموجودة في كل جرعة عند $\boldsymbol{t_1}$:

لدينا :

$$\begin{vmatrix} a_1 = \lambda.N_1 \\ a_1 = a_0e^{-\lambda t_1} \end{vmatrix} \Rightarrow \lambda.N_1 = a_0e^{-\lambda t_1} \quad \Rightarrow N_1 = \frac{a_0e^{-\lambda t_1}}{\lambda}$$

$$\xrightarrow{\text{ت.ع}} N_1 = \frac{4.10^9 . e^{-0,19\times 4,8}}{2,2.10^{-6}} = 7,3.10^{14}$$

3.2-تحديد قيمة الحجم V :

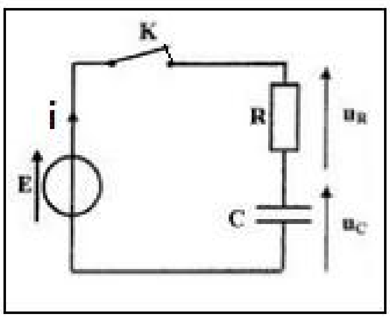
لدينا نفس C التركيز في العينة ذات الحجم V وفي الجرعة ذات الحجم V_0.

$$\left| \begin{array}{l} C = \dfrac{N.N_A}{V} \\ C = \dfrac{N_1.N_A}{V_0} \end{array} \right. \rightarrow \frac{N.N_A}{V} = \frac{N_1.N_A}{V_0} \rightarrow V = \frac{N.V_0}{N_1}$$

ت.ع: $V = \frac{3,65.10^{13}\times 10}{7,3.10^{14}} = 0,5\, mL$

التمرين 2: المكثفات

1-تصرف مكثف في دارة كهربائية :



1.1-إثبات المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C :

قانون إضافية التوترات :

$$u_R + u_C = E$$
$$Ri + u_C = E$$

نعلم أن: $i = \frac{dq}{dt}$ و $q = C.u_C$ وبالتالي : $i = C\frac{du_C}{dt}$

نحصل على المعادلة التفاضلية :

$$RC\,\frac{du_C}{dt} + u_C = E \quad \Rightarrow \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{R.C}u_C = \frac{E}{RC}$$

2.1-تعبيري الثابتة A و τ :

لدينا: $$\left\| \begin{array}{l} u_C = A\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \\ \dfrac{du_C}{dt} = \dfrac{A}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} \end{array} \right.$$

نعوض u_C و $\frac{du_C}{dt}$ بتعبيرهما في المعادلة التفاضلية :

$$RC\,\frac{A}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} + A - Ae^{-\frac{t}{\tau}} = E \Rightarrow Ae^{-\frac{t}{\tau}}\left(\frac{R.C}{\tau} - 1\right) + A - E = 0 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} A - E = 0 \\ \dfrac{R.C}{\tau} - 1 = 0 \end{cases} \text{و} \quad \Rightarrow \begin{cases} A = E \\ \tau = RC \end{cases} \text{و}$$

3.1-استنتاج قيمة C :

لدينا:
$$\tau = RC \Rightarrow C = \frac{\tau}{R} \xrightarrow{\text{ت.ع}} C = \frac{6{,}5.10^{-4}}{65} = 1.10^{-5}\,F = 10\mu F$$

4.1-الطاقة المخزونة في المكثف في النظام الدائم :

$$E_e = \frac{1}{2} C u_C^2$$

في النظام الدائم يكون : $u_C = E$

$$E_e = \frac{1}{2} C E^2 \xrightarrow{\text{ت.ع}} E_e = \frac{1}{2} \times 10.10^{-6} \times 6^2 = 1{,}8.10^{-4} J$$

5.1-أ-عند استعمال مكثف فائق السعة فإن ثابتة الزمن $\boldsymbol{\tau}$ تتزايد لتزايد السعة Cوبالتالي مدة الشحن $\Delta\boldsymbol{t}$ تزداد هي الاخرى.

$$\begin{cases} \tau = RC \\ \Delta t = 5\tau \end{cases} \Rightarrow C \nearrow \longrightarrow \tau \nearrow \rightarrow \Delta t \nearrow$$

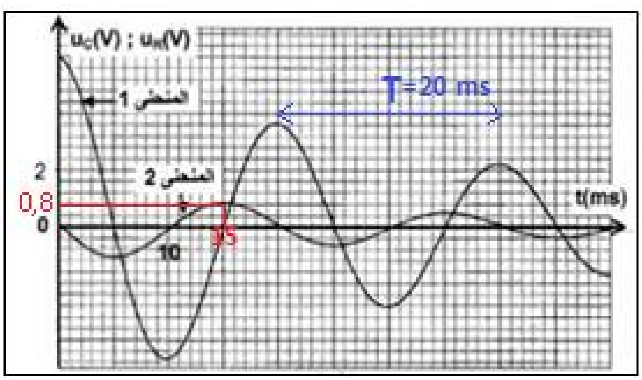
5.1-ب-حساب النسبة $\frac{E_{e1}}{E_e}$:

$$\frac{E_{e1}}{E_e} = \frac{\frac{1}{2} C_1 E^2}{\frac{1}{2} C E^2} = \frac{C_1}{C} = \frac{10^3}{10^{-5}} = 10^8$$

ملحوظة:

الطاقة المخزونة في المكثف الفائق السعة أكبر من تلك المخزونة في المكثف العادي ب $\mathbf{10^8}$ مرة .

2- انتقال الطاقة بين مكثف ووشيعة في دارة $\boldsymbol{RLC}$:



1.2-عند اللاحظة $\boldsymbol{t = 0}$ المكثف مشحون كليا أي $\boldsymbol{u_C = E \neq 0}$

وبالتالي المنحنى 1 يوافق التوتر u_C .

2.2-التعيين المبياني لشبه الدور $\boldsymbol{T}$ واستنتاج L :

-حسب المبيان جانبه شبه الدور $T = 20\,ms$.

-استنتاج معامل التحريض L :

لدينا: $T_0 = 2\pi\sqrt{L.C}$ وبما أن : $T = T_0$ فإن : $T = 2\pi\sqrt{L.C}$

$$T^2 = 4\pi^2 L.C \Longrightarrow L = \frac{T^2}{4\pi^2 C}$$

$$\xrightarrow{\text{ت.ع}} L = \frac{(20.10^{-3})^2}{4 \times 10 \times 10.10^{-6}} = 1H$$

3.2-قيمة الطاقة الكلية في الدارة عند الحظة $t = 15\ ms$:

خلال التذبذبات الحرة في دارة RLC يتم تبادل الطاقة بين المكثف والوشيعة .
عندما تكون $E_e = 0$ فإن E_m تكون قصوية و تساوي الطاقة الكلية E_t والعكس صحيح .
عند اللحظة $t = 15\ ms$ لدينا من المبيان $u_C = 0$ أي $E_e = 0$ و $E_m = \frac{1}{2}Li^2$ مع $i = \frac{u_R}{R}$
مبيانيا $u_R = 0{,}8\ V$

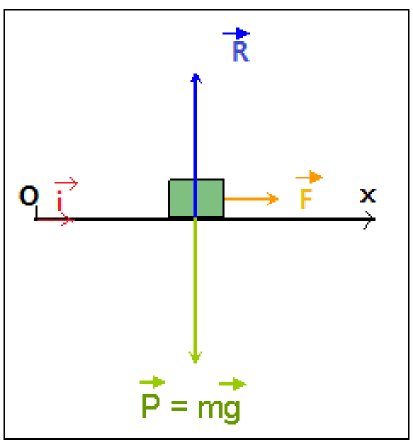
$$E_m = E_t = \frac{1}{2}L\left(\frac{u_R}{R}\right)^2 \xrightarrow{\text{ت.ع}} E_t = \frac{1}{2} \times 1 \times \left(\frac{0{,}8}{65}\right)^2 = 7{,}57.10^{-5}\ J$$

التمرين 3: مميزات بعض المقادير المرتبطة بجسم صلب :

1-الحالة الأولى : دراسة حركة إزاحة جسم صلب فوق مستوى أفقي :

1.1-إثبات المعادلة التفاضلية :

المجموعة المدروسة : $\{S \text{ الجسم}\}$



جرد القوى : $\vec{P}$: وزن الجسم
$\vec{R}$: تأثير السطح الأفقي
$\vec{F}$: تأثير القوة المطبقة من طرف الخيط
تطبيق القانون الثاني لنيوتن في معلم أرضي نعتبره غاليليا :

$$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m.\vec{a}_G \quad (1)$$

الإسقاط على المحور Ax : $0 + 0 + F = m.a_x \Leftarrow F = m.\frac{d^2x_G}{d^2t}$
نستنتج المعادلة التفاضلية :

$$\frac{d^2x_G}{d^2t} = \frac{F}{m}$$

بما أن $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$ و $\vec{F} = \overrightarrow{Cte}$ المعادلة (1) تكتب : $\vec{F} = m.\vec{a}_G$ أي : $\vec{a}_G = \frac{\vec{F}}{m} = \overrightarrow{Cte}$ إذن حركة G مستقيمية متغيرة بانتظام .

2.1-التعبير العددي $\vec{a}_1$ لمتجهةلتسارع G :

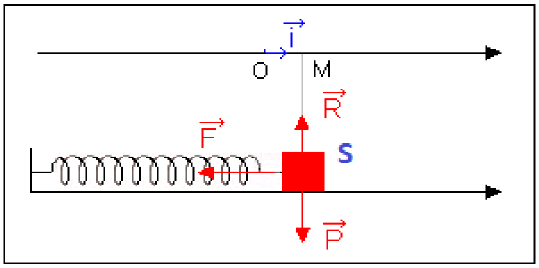
معادلة السرعة تكتب : $v = a_1.t + v_0$ عند اللحظة $t = 0$ لدينا : $v_0 = 0$ ومنه $v = a_1.t$
عند النقطة B نكتب : $v_B = a_1.t_B$ أي: $a_1 = \frac{v_B}{t_B} = \frac{2}{2} = 1m.s^{-2}$
متجهة التسارع تكتب : $\vec{a}_1 = 1.\vec{\imath} = \vec{\imath}$

3.1-حساب شدة القوة $\vec{F}$:

لدينا : $F = 0,25 \times 1 = 0,25\ N \xleftarrow{\text{ت.ع}} F = m.a_1$

الحالة الثانية : دراسة حركة مجموعة متذبذبة {جسم صلب – نابض}

1.2-إثبات المعادلة التفاضلية :



المجموعة المدروسة : {الجسم S}

جرد القوى : $\vec{P}$: وزن الجسم

$\vec{R}$: تأثير السطح الأفقي

$\vec{F}$: تأثير القوة المطبقة من طرف النابض

تطبيق القانون الثاني لنيوتن في معلم أرضي نعتبره غاليليا :

$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m.\vec{a}_G$ (1)

الإسقاط على المحور A x : $-Kx_G = m.\frac{d^2x_G}{d^2t} \Leftarrow 0 + 0 - F = m.a_x$

نستنتج المعادلة التفاضلية :

$$\frac{d^2x_G}{d^2t} + \frac{K}{m}.x_G = 0$$

2.2-حساب K صلابة النابض :

ينجز المتذبذب 10 ذبذبات في المدة $\Delta t = 10\ s$ وبالتالي الدور الخاص هو : $T_0 = \frac{\Delta t}{10} = 1\ s$

تعبير الدور الخاص يكتب : $T_0 = 4\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$ أي: $T_0^2 = 4\pi^2.\frac{m}{K} \Leftarrow K = 4\pi^2.\frac{m}{T_0^2}$

ت.ع: $K = 4 \times 10.\frac{0,25}{1^2} = 10\ N.m^{-1}$

3.2-التعبير العددي ل x(t) حل المعادلة التفاضلية :

لدينا: $x(t) = X_m cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right)$ و $\dot{x}(t) = \frac{dx}{dt} = -\frac{2\pi}{T_0}X_m sin\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right)$

حسب الشروط البدئية :

$x(0) = X_0$ و $\dot{x}(0) = 0$

$$\left|\begin{array}{l} x(0) = X_m cos\varphi = X_0 \\ \dot{x}(0) = -\frac{2\pi}{T_0}X_m sin\,\varphi = 0 \end{array}\right. \Rightarrow \left|\begin{array}{l} cos\varphi = \frac{X_0}{X_m} > 0 \\ sin\varphi = 0 \end{array}\right. \Rightarrow \left|\begin{array}{l} cos\varphi = \frac{X_0}{X_m} > 0 \\ \varphi = 0 \text{ أو } \varphi = \pi \end{array}\right. \Rightarrow \left|\begin{array}{l} cos0 = \frac{X_0}{X_m} = 1 \\ \varphi = 0 \end{array}\right.$$

نستنتج :

$$\begin{cases} X_m = X_0 = 4.10^{-2}m \\ \varphi = 0 \end{cases}$$

ومنه : $x(t) = 4.10^{-2}cos(2\pi.t)$

4.2-التعبير العددي ل $\dot{x}(t)$ سرعة G :

لدينا: $\dot{x}(t) = -\frac{2\pi}{T_0}X_m sin\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right)$ ت.ع: $\dot{x}(t) = -2\pi \times 4.10^{-2}sin(2\pi.t)$

$$\dot{x}(t) = -0{,}25\sin(2\pi.t)$$

عندما يمر الجسم لأول مرة من موضع توازنه في المنحى الموجب تكون سرعته قصوية .

أي: $\sin(2\pi.t) = \mp 1$ ومنه :

$$\dot{x}(t) = |-0{,}25| = 0{,}25\ m.s^{-1}$$

ملحوظة :

يمر الجسم لأول مرة من موضع توازنه G في المنحى الموجب عند اللحظة $t = \frac{3T_0}{4}$

نعوض t في معادلة السرعة نجد : $\dot{x}(t) = -0{,}25\sin\left(2\pi \times \frac{3T_0}{4}\right) = -0{,}25\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 0{,}25\ m.s^{-1}$

مقارنة $\vec{a}_1$ و $\vec{a}_2$:

في الحالة الأولى لدينا: $\vec{a}_1 = a_1\vec{\imath} = \vec{\imath}$ أي: $\vec{a}_1 = \overrightarrow{Cte}$

في الحالة الثانية لدينا : $\vec{a}_2 = a_2\vec{\imath}$ مع: $a_2 = -\frac{K}{m}x_G(t) = -4\pi^2 x_G(t)$

$\Leftarrow$ $\vec{a}_2 = -4\pi^2 x_G(t).\vec{\imath}$

للمتجهتين $\vec{a}_1$ و $\vec{a}_2$ نفس الاتجاه لكن $\vec{a}_1$ ثابتة بينما $\vec{a}_2$ يتغير منحاها و شدتها .