المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني
ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2015
- الموضوع -

NS 30

المادة	الفيزياء والكيمياء	مدة الإنجاز	4
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)	المعامل	7

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة العلمية غير القابلة للبرمجة

يتضمن الموضوع أربعة تمارين : تمرين في الكيمياء و ثلاثة تمارين في الفيزياء

الكيمياء:(7 نقط)

- معايرة حمض و تصنيع إستر .
- دراسة العمود نيكل - كوبالت .

الفيزياء: (13 نقطة)

- **التحولات النووية (2,25 نقط):**
  - تفاعلات الاندماج والانشطار.
- **الكهرباء (5,25 نقط) :**
  - دراسة ثنائيات القطب: RL و RC وRLC .
  - تضمين الوسع لإشارة جيبية .
- **الميكانيك (5,5 نقط) :**
  - دراسة السقوط الرأسي باحتكاك لكرية.
  - الدراسة الطاقية لنواس مرن.

الكيمياء: (7 نقط) **الجزءان الأول و الثاني مستقلان**

الجزء الأول :معايرة حمض وتصنيع إستر

يستعمل حمض الإيثانويك في تصنيع كثير من المواد العضوية من بينها زيت الياسمين (إيثانوات البنزيل)، و هو إستر يستعمل في صناعة العطور، يمكن تحضيره في المختبر انطلاقا من التفاعل بين حمض الإيثانويك CH_3COOH والكحول البنزيلي $C_6H_5-CH_2-OH$.

يهدف هذا الجزء إلى دراسة معايرة محلول مائي لحمض الإيثانويك بواسطة محلول قاعدي ودراسة تفاعل هذا الحمض مع الكحول البنزيلي.

معطيات :

- تمت جميع القياسات عند درجة الحرارة $25°C$.

المركب العضوي	الكتلة المولية $(g.mol^{-1})$
حمض الإيثانويك	60
الكحول البنزيلي	108
إيثانوات البنزيل	150

1- معايرة حمض الإيثانويك

نحضر محلولا مائيا (S_A) لحمض الإيثانويك CH_3COOH حجمه $V=1L$ وتركيزه المولي C_A بإذابة كمية من هذا الحمض كتلتها m في الماء المقطر.

نعاير، بتتبع قياس pH، الحجم $V_A=20mL$ من المحلول (S_A) بواسطة محلول مائي (S_B) لهيدروكسيد الصوديوم $Na^+_{(aq)}+HO^-_{(aq)}$ تركيزه المولي $C_B=2.10^{-2}mol.L^{-1}$.

1-1- اكتب المعادلة الكيميائية المنمذجة للتحول الحاصل أثناء هذه المعايرة . 0,25

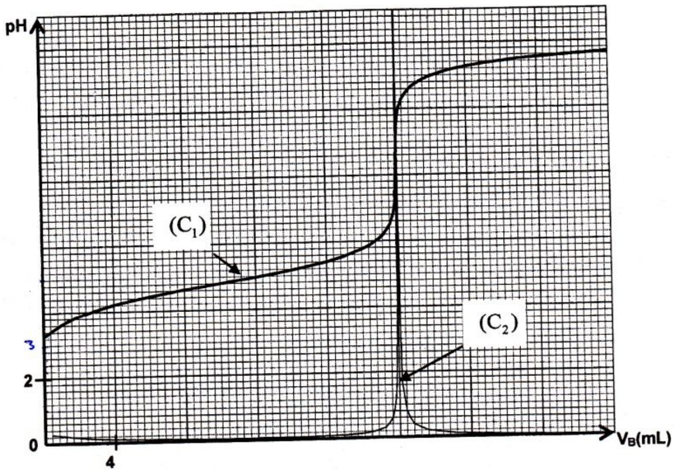
1-2- اعتمادا على القياسات المحصل عليها، تم خط المنحنى (C_1) الذي يمثل $pH=f(V_B)$ و المنحنى (C_2) الذي يمثل $\frac{dpH}{dV_B}=g(V_B)$ (الشكل صفحة 3/8) حيث يمثل V_B حجم المحلول (S_B) المضاف.

1-2-1- عين الحجم V_{BE} لمحلول هيدروكسيد الصوديوم المضاف عند التكافؤ . 0,25

1-2-2- أوجد قيمة الكتلة m اللازمة لتحضير المحلول (S_A) . 0,75

1-3- بين أن تفاعل حمض الإيثانويك مع الماء تفاعل محدود . 0,5

1-4- أثبت، بالنسبة لحجم V_B مضاف قبل التكافؤ، التعبير: $V_B.10^{-pH}=K_A.(V_{BE}-V_B)$ مع $V_B\neq 0$ ثم استنتج قيمة pK_A للمزدوجة CH_3COOH/CH_3COO^- . 0,75



2- تصنيع إستر

نحضر خليطا يتكون من $m_{ac} = 6g$ من حمض الإيثانويك و $m_{al} = 10,80g$ من الكحول البنزيلي $C_6H_5 - CH_2 - OH$.
في ظروف تجريبية معينة ،نسخن الخليط بالارتداد بعد إضافة قطرات من حمض الكبريتيك المركز و بعض حصى الخفان.
نحصل عند نهاية التفاعل على كتلة $m = 9,75g$ من إيثانوات البنزيل .

2-1- اكتب المعادلة الكيميائية المنمذجة لتفاعل الأسترة . 0,25

2-2- احسب المردود r_1 لتفاعل الأسترة . 0,5

2-3- في نفس الظروف التجريبية السابقة ، نعيد التجربة باستعمال $n_{ac} = 0,10mol$ من حمض الإيثانويك و $n_{al} = 0,20mol$ من الكحول البنزيلي. أوجد المردود r_2 لتفاعل الأسترة في هذه الحالة. 1

2-4- بمقارنة r_1 و r_2 ، ماذا تستنتج؟ 0,5

الجزء الثاني : دراسة العمود نيكل - كوبالت

يرتكز اشتغال عمود كيميائي على تحويل جزء من الطاقة الكيميائية الناتجة عن التحولات الكيميائية إلى طاقة كهربائية.
ندرس في هذا الجزء العمود: نيكل - كوبالت.

معطيات :

- الكتلة المولية للنيكل : $M(Ni) = 58,7\,g.mol^{-1}$
- ثابتة فرادي : $1F = 9,65.10^4\ C.mol^{-1}$
- ثابتة التوازن المقرونة بمعادلة التفاعل : $Ni^{2+}_{(aq)} + Co_{(s)} \underset{(2)}{\overset{(1)}{\rightleftarrows}} Ni_{(s)} + Co^{2+}_{(aq)}$ هي $K = 10^2$ عند $25^\circ C$.

ننجز عمودا بغمر صفيحة من النيكل في كأس تحتوي على الحجم $V = 100mL$ من محلول مائي لكبريتات النيكل II $Ni^{2+}_{(aq)} + SO^{2-}_{4(aq)}$ تركيزه المولي البدئي $C_1 = [Ni^{2+}_{(aq)}]_i = 3.10^{-2} mol.L^{-1}$ و صفيحة من الكوبالت في كأس آخر تحتوي على الحجم $V = 100mL$ من محلول مائي لكبريتات الكوبالت II $Co^{2+}_{(aq)} + SO^{2-}_{4(aq)}$ تركيزه المولي البدئي $C_2 = [Co^{2+}_{(aq)}]_i = 0,3mol.L^{-1}$.نوصل المحلولين بقنطرة ملحية.

نركب على التوالي بين قطبي العمود، موصلا أوميا و أمبيرمترا و قاطعا للتيار.
نغلق الدارة عند لحظة نختارها أصلا للتواريخ $(t=0)$، فيمر فيها تيار كهربائي شدته I نعتبرها ثابتة .

0,5 — 1- اختر الجواب الصحيح من بين الاقتراحات التالية:

أ- منحى التطور التلقائي للمجموعة الكيميائية المكونة للعمود هو المنحى (2) لمعادلة التفاعل.
ب- إلكترود الكوبالت هو الكاثود .
ج- تنتقل الإلكترونات عبر القنطرة الملحية للمحافظة على الحياد الكهربائي للمحاليل.
د- خارج العمود، يكون منحى التيار الكهربائي من إلكترود النيكل نحو إلكترود الكوبالت .
هـ- تحدث الأكسدة عند الكاثود.

1 — 2- أوجد، بدلالة K و F و C_1 و C_2 و V و I، تعبير التاريخ t_e الذي يتحقق عنده توازن المجموعة الكيميائية.
احسب قيمة t_e علما أن $I=100\ mA$.

0,75 — 3- احسب التغير Δm لكتلة إلكترود النيكل بين اللحظتين $t=0$ و $t=t_e$.

الفيزياء: (13 نقطة)

التحولات النووية (2,25 نقط)

تعتبر تفاعلات الاندماج والانشطار من بين التفاعلات النووية التي تنتج عنها طاقة كبيرة تستغل في مجالات متعددة .

معطيات :

- $1MeV = 1,6022.10^{-13}\ J$
- $m({}_1^1H) = 1,00728u$ ، $m({}_2^4He) = 4,00151u$ ، $m({}_1^0e) = 5,48579.10^{-4}\ u$
- $1u = 931,494\ MeV.c^{-2} = 1,66054.10^{-27}\ kg$
- نأخذ كتلة الشمس : $m_S = 2.10^{30}\ kg$.
- نعتبر أن كتلة الهيدروجين ${}_1^1H$ تمثل نسبة 10% من كتلة الشمس .

1- نعطي في الجدول التالي معادلات بعض التفاعلات النووية :

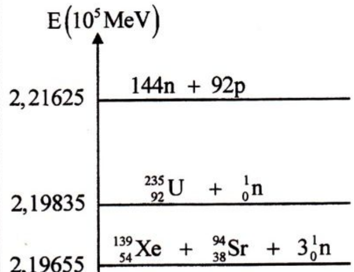
A	${}_1^2H + {}_1^3H \longrightarrow {}_2^4He + {}_0^1n$
B	${}_{27}^{60}Co \longrightarrow {}_{28}^{60}Ni + {}_{-1}^{0}e$
C	${}_{92}^{238}U \longrightarrow {}_2^4He + {}_{90}^{234}Th$
D	${}_{92}^{235}U + {}_0^1n \longrightarrow {}_{54}^{139}Xe + {}_{38}^{94}Sr + 3{}_0^1n$

0,25 — 1-1- عين، من بين هذه المعادلات ، معادلة تفاعل الاندماج .

1-2- بالاعتماد على مخطط الطاقة الممثل في الشكل جانبه، احسب :

0,25 — 1-2-1- طاقة الربط بالنسبة لنوية لنواة ${}_{92}^{235}U$.

0,25 — 1-2-2-الطاقة $|\Delta E_0|$ الناتجة عن التفاعل (D) .



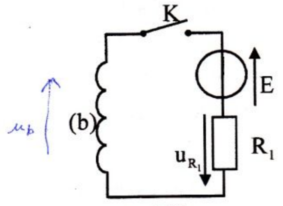
2- تحدث في الشمس تحولات نووية ترجع بالأساس إلى الهيدروجين و ذلك وفق المعادلة الحصيلة التالية : $4{}_1^1H \longrightarrow {}_2^4He + 2{}_1^0e$

0,5 — 2-1- احسب ، بالجول (J) ، الطاقة $|\Delta E|$ الناتجة عن هذا التحول .

1 — 2-2- علما أن الطاقة المحررة من طرف الشمس نتيجة هذا التحول خلال كل سنة هي $E_S = 10^{34}\ J$، أوجد عدد السنوات اللازمة لِيُستهلك كل الهيدروجين الموجود في الشمس .

الكهرباء (5,25 نقط)

تحتوي مجموعة من الأجهزة الكهربائية على تراكيب تتكون من وشيعات ومكثفات وموصلات أومية... تختلف وظيفة هذه المركبات حسب كيفية تركيبها و مجالات استعمالاتها.

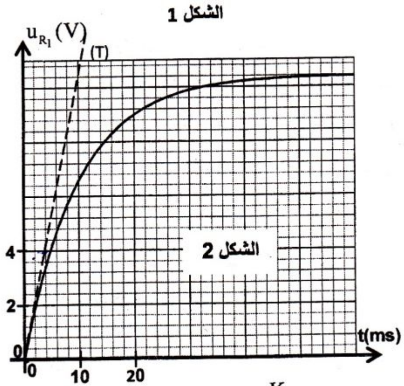


الشكل 1

1- دراسة ثنائي القطب RL

ننجز التركيب الممثل في الشكل 1 و المكوّن من :
- مولد قوته الكهرمحركة $E = 12\,V$ ومقاومته الداخلية مهملة؛
- موصل أومي مقاومته $R_1 = 52\,\Omega$؛
- وشيعة (b) معامل تحريضها L ومقاومتها r؛
- قاطع التيار K .

نغلق القاطع K في لحظة نختارها أصلا للتواريخ $(t = 0)$. يمكن نظام مسك معلوماتي ملائم من خط المنحنى الممثل لتغيرات التوتر $u_{R_1}(t)$ بين مربطي الموصل الأومي (الشكل 2) . يمثل المستقيم (T) المماس للمنحنى عند $t = 0$.

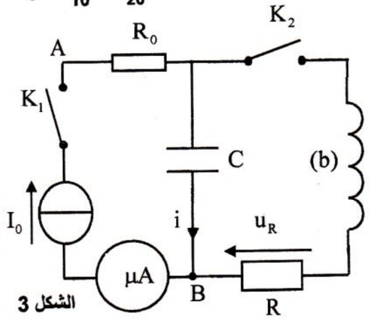


0,25 | 1-1- أثبت المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_{R_1} بين مربطي الموصل الأومي.

0,5 | 1-2- حدد قيمة المقاومة r للوشيعة.

0,25 | 1-3- تحقق أن $L = 0,6\,H$.

2- دراسة ثنائي القطب RC و RLC

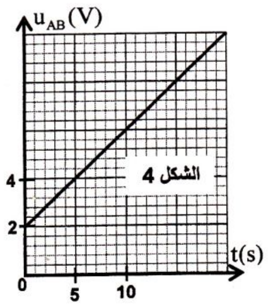


الشكل 3

ننجز التركيب الممثل في الشكل 3 والمكوّن من :
- مولد مؤمثل للتيار؛
- ميكروأمبيرمتر ؛
- موصلين أوميين مقاومتاهما R_0 و $R = 40\,\Omega$؛
- مكثف سعته C، غير مشحون بدئيا؛
- الوشيعة (b) السابقة؛
- قاطعي التيار K_1 و K_2 .

2-1- دراسة ثنائي القطب RC

عند لحظة تاريخها $t = 0$ نغلق قاطع التيار K_1 (K_2 مفتوح) فيشير الميكروأمبيرمتر إلى الشدة $I_0 = 4\,\mu A$. يمكن نظام مسك معلوماتي ملائم من خط المنحنى الممثل لتغيرات التوتر $u_{AB}(t)$ (الشكل 4) .

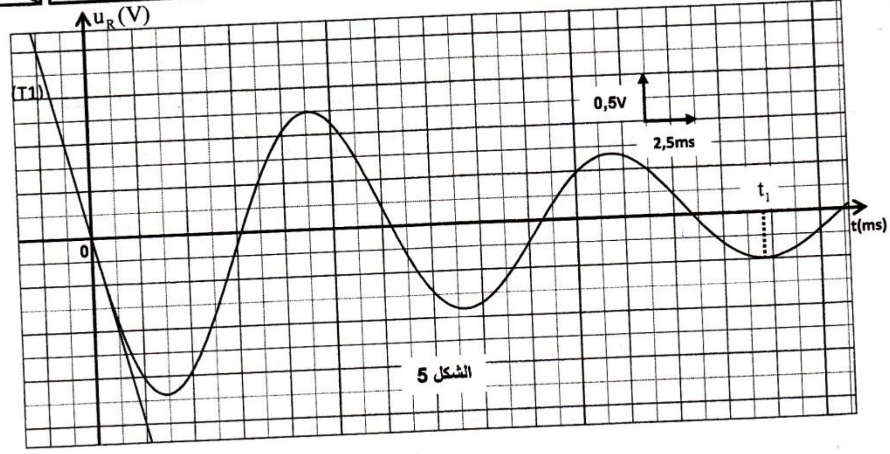


0,25 | 2-1-1- حدد قيمة R_0 .

0,5 | 2-1-2- أوجد قيمة السعة C للمكثف .

2-2- دراسة ثنائي القطب RLC

عندما يأخذ التوتر بين مربطي المكثف القيمة $u_C = U_0$، نفتح K_1 و نغلق K_2 عند لحظة نختارها أصلا جديدا للتواريخ $(t = 0)$. يمكن نظام مسك معلوماتي ملائم من خط المنحنى الممثل لتغيرات التوتر $u_R(t)$ (الشكل 5) .(يمثل المستقيم (T1) المماس للمنحنى عند اللحظة $t = 0$).



الشكل 5

-2-2-1 أثبت المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة q للمكثف. 0,25

-2-2-2 عبر عن $\frac{dE_t}{dt}$ بدلالة R و r و i حيث تمثل E_t الطاقة الكلية للدارة عند لحظة t و i شدة التيار المار في الدارة عند نفس اللحظة. 0,5

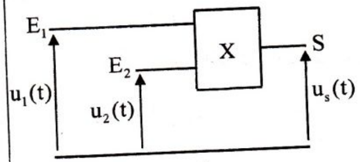
-2-2-3 بين أن $U_0 = -\frac{L}{R}.\left(\frac{du_R}{dt}\right)_{t=0}$ حيث $\left(\frac{du_R}{dt}\right)_{t=0}$ يمثل مشتقة $u_R(t)$ بالنسبة للزمن عند $t=0$.احسب U_0 . 0,5

-2-2-4 أوجد $|E_j|$ الطاقة المبددة بمفعول جول في الدارة بين اللحظتين $t=0$ و $t=t_1$ (الشكل 5). 0,5

-3 تضمين الوسع لإشارة جيبية

للحصول على إشارة مضمَّنة الوسع نستعمل دارة إلكترونية متكاملة X منجزة للجداء (الشكل6)، نطبق عند المدخل :

- E_1 : التوتر $u_1(t) = s(t) + U_0$ ، مع $s(t) = S_m.\cos(2\pi.f_s.t)$ يمثل الإشارة التي تضم المعلومة و U_0 مركبة مستمرة للتوتر.
- E_2 : توترا جيبيا يمثل الإشارة الحاملة $u_2(t) = U_m.\cos(2\pi.F_P.t)$.



الشكل 6

نحصل على توتر الخروج $u_s(t) = k.u_1(t).u_2(t)$ حيث k ثابتة تتعلق بالدارة المتكاملة X .

نذكر بالعلاقة : $\cos(a).\cos(b) = \frac{1}{2}.[\cos(a+b) + \cos(a-b)]$.

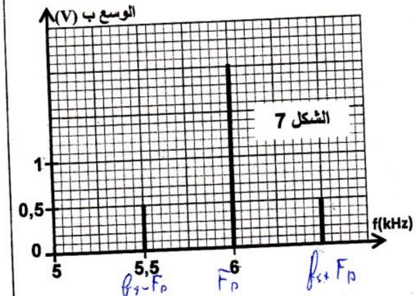
-3-1 بين أن التوتر $u_s(t)$ يكتب على الشكل : $u_s(t) = \frac{A.m}{2}.\cos(2\pi.f_1.t) + A.\cos(2\pi.f_2.t) + \frac{A.m}{2}.\cos(2\pi.f_3.t)$ 0,5

حيث m نسبة التضمين و A ثابتة.

-3-2 يعطي الشكل 7 طيف الترددات، المتكون من ثلاث حزات للتوتر المضمَّن $u_s(t)$. 0,75

حدد قيمة كل من m والتردد f_s .هل التضمين جيد؟

-3-3 لانتقاء الموجة المضمَّنة بشكل جيد، نستعمل دارة سدادة (دارة التوافق) تتكون من وشيعة معامل تحريضها $L_0 = 60\,mH$ و مقاومتها مهملة و مكثفين مركبين على التوالي سعتاهما $C = 10\mu F$ و C_0 . حدد قيمة C_0 . 0,5



الشكل 7

الميكانيك (5,5 نقط) الجزءان الأول و الثاني مستقلان

الجزء الأول :دراسة السقوط الرأسي باحتكاك لكرية

ندرس في هذا الجزء حركة مركز القصور G لكرية متجانسة كتلتها m في سائل لزج داخل مخبار.

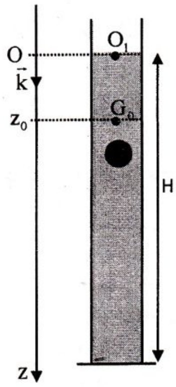
نمعلم موضع G في كل لحظة بالأنسوب z على المحور الرأسي $(O,\vec{k})$ الموجه نحو الأسفل حيث أصله منطبق مع النقطة O_1 من السطح الحر للسائل .

عند لحظة t_0 نعتبرها أصلا للتواريخ $(t_0=0)$، نحرر الكرية بدون سرعة بدئية من موضع يكون فيه G منطبقا مع الموضع G_0 ذي الأنسوب $z_0=3cm$ (الشكل أسفله).

تخضع الكرية أثناء سقوطها داخل السائل، بالإضافة إلى وزنها $\vec{P}$، إلى :

- قوة الاحتكاك المائع : $\vec{f}=-\lambda.v.\vec{k}$ حيث λ معامل الاحتكاك المائع و v سرعة G عند لحظة t .
- دافعة أرخميدس : $\vec{F}=-\rho_\ell.V_S.\vec{g}$ حيث g شدة الثقالة و V_S حجم الكرية و ρ_ℓ الكتلة الحجمية للسائل.

نأخذ : $g=9,8m.s^{-2}$ ، $\dfrac{\lambda}{\rho_S.V_S}=12,4\ S.I$ ، $\dfrac{\rho_\ell}{\rho_S}=0,15$ حيث ρ_S الكتلة الحجمية للمادة المكونة للكرية .



1- بين أن المعادلة التفاضلية التي تحققها سرعة G تكتب : $\dfrac{dv}{dt}+\dfrac{\lambda}{\rho_S V_S}v=g\left(1-\dfrac{\rho_\ell}{\rho_S}\right)$ 0,5

2- حدد القيمة a_0 لتسارع حركة G عند اللحظة $t_0=0$. 0,25

3- أوجد القيمة v_ℓ للسرعة الحدية لحركة G . 0,25

4- لتكن v_1 قيمة سرعة G عند اللحظة $t_1=t_0+\Delta t$ و v_2 قيمتها عند اللحظة $t_2=t_1+\Delta t$ حيث Δt خطوة الحساب . 1

باعتماد طريقة أولير بين أن $\dfrac{v_2}{v_1}=2-\dfrac{\Delta t}{\tau}$ حيث τ يمثل الزمن المميز للحركة : $\tau=\dfrac{\rho_S.V_S}{\lambda}$.

احسب v_1 و v_2 . نأخذ $\Delta t=8.10^{-3}s$.

5- يكتب حل المعادلة التفاضلية على الشكل : $v=v_\ell.\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$. حدد قيمة t_ℓ تاريخ اللحظة التي تأخذ فيها سرعة الكرية 99% من قيمتها الحدية . 0,25

6- علما أن ارتفاع السائل في المخبار هو $H=79,6cm$ و أن مدة حركة الكرية داخل السائل انطلاقا من G_0 حتى قعر المخبار هي $\Delta t_f=1,14s$ ، أوجد المسافة d التي قطعتها الكرية أثناء النظام الانتقالي. (نعتبر أن النظام الدائم يتحقق ابتداء من اللحظة t_ℓ و نهمل شعاع الكرية أمام الارتفاع H). 0,75

الجزء الثاني: الدراسة الطاقية لنواس مرن

النواس المرن مجموعة ميكانيكية تنجز حركة تذبذبية حول موضع توازنها المستقر.

يهدف هذا الجزء إلى تحديد بعض المقادير المرتبطة بهذا المتذبذب اعتمادا على دراسة طاقية .

يتكون نواس مرن من جسم صلب (S)، مركز قصوره G وكتلته $m=100g$ ، مثبت بطرف نابض لفاته غير متصلة وكتلته مهملة وصلابته K .الطرف الآخر للنابض مثبت بحامل ثابت .

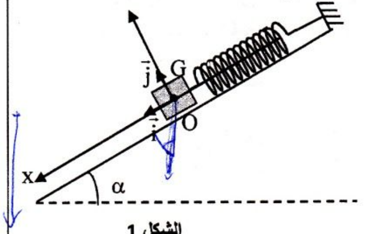
يمكن للجسم (S) أن ينزلق بدون احتكاك على الخط الأكبر ميلا لمستوى مائل بزاوية $\alpha=30^0$ بالنسبة للمستوى الأفقي (الشكل 1 صفحة 8/8).

ندرس حركة مركز القصور G في المعلم $R(O,\vec{i},\vec{j})$ المتعامد و الممنظم المرتبط بمرجع أرضي نعتبره غاليليا .

نمعلم موضع G عند لحظة t بالأفصول x على المحور $(O,\vec{i})$.

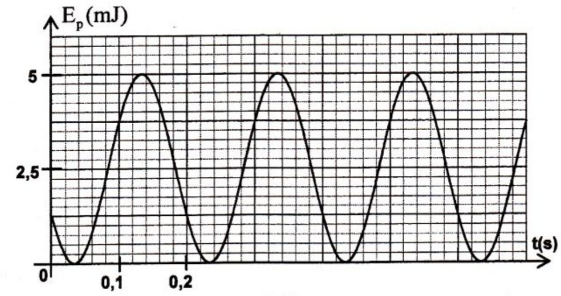
عند التوازن ينطبق G مع الأصل O للمعلم (الشكل 1).

نأخذ $\pi^2 = 10$.



الشكل 1

1- حدد، عند التوازن، تعبير الاطالة $\Delta\ell_0$ للنابض بدلالة m و K و α و g شدة الثقالة .	0,25
2- نزيح (S) عن موضع توازنه، في المنحى الموجب، بمسافة X_0 ثم نرسله، عند لحظة نختارها أصلا للتواريخ $t=0$، بسرعة بدئية $\vec{V}_0$ حيث $\vec{V}_0 = -V_0\vec{i}$.	
2-1- نختار المستوى الأفقي الذي تنتمي إليه G عند التوازن مرجعا لطاقة الوضع الثقالية $(E_{pp}(O)=0)$ والحالة التي يكون فيها النابض مطالا عند التوازن مرجعا لطاقة الوضع المرنة $(E_{pe}(O)=0)$. أوجد، عند لحظة t، تعبير طاقة الوضع $E_p = E_{pe} + E_{pp}$ للمتذبذب بدلالة x و K .	0,75
2-2- اعتمادا على الدراسة الطاقية ، أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها الأفصول x .	0,25
2-3- يكتب حل المعادلة التفاضلية على الشكل: $x(t) = X_m.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$. (T_0 هو الدور الخاص للمتذبذب). يمثل منحنى الشكل 2 تطور طاقة الوضع E_p للمتذبذب بدلالة الزمن.	
2-3-1- أوجد قيمة كل من الصلابة K والوسع X_m والطور φ .	0,75
2-3-2- بالاعتماد على الدراسة الطاقية، أوجد تعبير السرعة V_0 بدلالة K و m و X_m .	0,5



الشكل 2

3

تصحيح الإمتحان الوطني لمادة الفيزياء والكيمياء
شعبة العلوم الرياضية- الدورة العادية 2015

الكيمياء

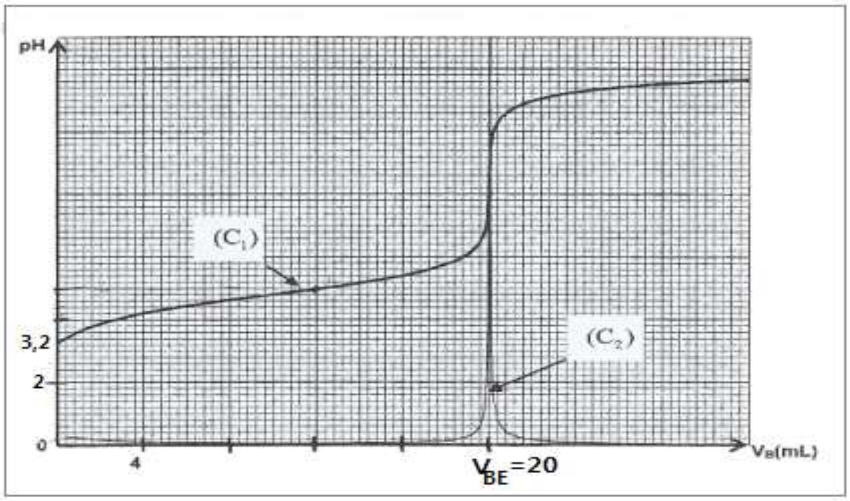
الجزء الأول : معايرة حمض وتصنيع إستر

1-معايرة حمض الإيثانويك

1.1-المعادلة المنمذجة للتحول الحاصل أثناء المعايرة :

$$CH_3COOH_{(aq)} + HO^-{}_{(aq)} \rightarrow CH_3COO^-{}_{(aq)} + H_2O_{(l)}$$

1-2-1-حجم محلول هيدروكسيد الصوديوم المضاف عند التكافؤ



مبيانيا يمثل أفصول مطراف الدالة المشتقة $\frac{dPH}{dV_B}$

الحجم V_{BE} عند التكافؤ نجد $V_{BE} = 20\ mL$

1-2-2-الكتلة m اللازمة لتحضير المحلول (S_A) :

علاقة التكافؤ :

$$C_A.V_A = C_B.V_{BE} \Rightarrow C_A = \frac{C_B.V_{BE}}{V_A}$$

لدينا : $C_A = \frac{n(A)}{V} = \frac{m}{V.M(A)}$

$$\frac{m}{V.M(A)} = \frac{C_B.V_{BE}}{V_A} \Rightarrow m = \frac{C_B.V_{BE}}{V_A}.V.M(A)$$

ت.ع: $m = \frac{2.10^{-2}\times 20}{20} \times 1 \times 60$ أي: $m = 1{,}2\ g$

1-3-إثبات أن تفاعل حمض الإيثانويك مع الماء محدود

معادلة التفاعل :

$$CH_3COOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} \rightleftarrows CH_3COO^-{}_{(aq)} + H_3O^+{}_{(aq)}$$

لدينا : $C_A = \frac{C_B.V_{BE}}{V_A} = \frac{2.10^{-2}\times 20}{20} = 2.10^{-2}\ mol.L^{-1}$

حسب المبيان $pH = f(V_B)$ عند الحجم $V_B = 0$ يكون $pH = 3{,}2$

حساب نسبة التقدم النهائي τ :

$\tau = \frac{x_f}{x_{max}}$ ومنه : $\tau = \frac{[H_3O^+].V}{C_A.V} = \frac{[H_3O^+]}{C_A} = \frac{10^{-pH}}{C_A}$ ت.ع : $\tau = \frac{10^{-3,2}}{2.10^{-2}} = 0{,}03 = 3\%$

نلاحظ أن : $\tau < 100\%$ إذن تفاعل حمض الإيثانويك مع الماء محدود

1-4-إثبات التعبير $V_B.10^{-pH} = K_A.(V_{BE} - V_B)$:

الجدول الوصفي لتفاعل المعايرة :

معادلة التفاعل		$CH_3COOH_{(aq)}$	$+ HO^-{}_{(aq)}$	$\rightarrow CH_3COO^-{}_{(aq)}$	$+ H_2O_{(l)}$
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)			
الحالة البدئية	0	$C_A.V_A$	$C_B.V_B$	0	وفير
الحالة النهائية	x_f	$C_A.V_A - x_f$	$C_B.V_B - x_f$	x_f	وفير

قبل التكافؤ المتفاعل المحد هو HO^- : $C_B.V_B - x_f = 0$ أي : $C_B.V_B = x_f$

$$n_f(CH_3COOH) = C_A.V_A - x_f = C_A.V_A - C_B.V_B$$

$$n_f(CH_3COO^-) = x_f = C_B.V_B$$

$$[H_3O^+]_{éq} = 10^{-pH}$$

$$K_A = \frac{[CH_3COO^-]_{éq}.[H_3O^+]_{éq}}{[CH_3COOH]_{éq}} = 10^{-pH}.\frac{\frac{n_f(CH_3COO^-)}{V_A+V_A}}{\frac{n_f(CH_3COO^-)}{V_A+V_B}} = 10^{-pH}.\frac{C_B.V_B}{C_A.V_A - C_B.V_B} = 10^{-pH}.\frac{C_B.V_B}{C_B.V_{BE} - C_B.V_B}$$

$$K_A = 10^{-pH}\frac{C_B.V_B}{C_B(V_{BE} - V_B)} = 10^{-pH}.\frac{V_B}{V_{BE} - V_B} \Rightarrow \boxed{V_B.10^{-pH} = K_A.(V_{BE} - V_{B)}}$$

استنتاج pK_A :

مبيانيا عند : $V_B = \frac{V_{BE}}{2} = 4mL$ نجد : $pH = 4,8$

$$\frac{V_{BE}}{2}.10^{-pH} = K_A.\left(V_{BE} - \frac{V_{BE}}{2}\right) \Rightarrow 10^{-pH} = K_A \Rightarrow pK_A = \boxed{pH = 4,8}$$

2-تصنيع الإستر

2.1-معادلة الأسترة :

$$CH_3 - COOH + C_6H_5 - CH_2 - OH \rightleftarrows CH_3COO - CH_2 - C_6H_5 + H_2O$$

2.2-مردود تفاعل الإستر :

$$r_1 = \frac{n_{exp}(E)}{n_{th}(E)}$$

لدينا :

$$\begin{cases} n_{exp}(E) = \frac{m(E)}{M(E)} = \frac{9,75}{150} = 0,065\ mol \\ n_{th}(E) = n_0(acide) = n_0(alcool) = \frac{m(alcool)}{M(alcool)} = \frac{6}{60} = 0,1\ mol \end{cases} \Rightarrow \boxed{r_1 = \frac{0,065}{0,1} = 0,65 = 65\%}$$

2.3-مردود تفاعل الأسترة في الحالة الثانية :

$$r_2 = \frac{n_{exp}(E)}{n_{th}(E)} = \frac{x_{f2}}{x_{max}}$$

حسب السؤال 2.2-نكتب : $K = \frac{[ester][eau]}{[acide][alcool]} = \frac{n_{ester}.n_{eau}}{n_{acide}.n_{alcool}} = \frac{(x_{f1})^2}{(n_0 - x_{f1})^2} = \frac{(0,065)^2}{(0,1-0,065)^2} = 3,45$

في الحالة الثانية نكتب :

$$K = \frac{(x_{f2})^2}{(n_{ac} - x_{f2})(n_{al} - x_{f2})} \Rightarrow (K-1)(x_{f2})^2 - K(n_{ac} + n_{al})x_{f2} + K.n_{ac}.n_{al} = 0$$

$$(3,45 - 1)(x_{f2})^2 - 3,45 \times (0,1 + 0,2)x_{f2} + 3,45 \times 0,1 \times 0,2 = 0$$

$$2,45(x_{f2})^2 - 1,035x_{f2} + 0,069 = 0$$

$$\begin{cases} x_{f2} = \dfrac{1,35 - \sqrt{1,35^2 - 4 \times 2,45 \times 0,069}}{2 \times 2,45} = 0,083\ mol \\ x'_{f2} = \dfrac{1,35 + \sqrt{1,35^2 - 4 \times 2,45 \times 0,069}}{2 \times 2,45} = 2,340 mol \end{cases} \Rightarrow x_{f2} = 0,083\ mol \Rightarrow r_2 = \frac{0,083}{0,1} = 0,83 = 83\%$$

2.4-نلاحظ أن : $r_2 > r_1$ نلاحظ أن مردود الاسترة يتحسن في وجود أحد المتفاعلين بوفرة .

الجزء الثاني : دراسة العمود نيكل –كوبالت

1-الجواب الصحيح هو (د)

(التعليل ليس مطلوبا)

لنحدد خارج التفاعل عند الحالة البدئية : $Q_{r,i} = \frac{[Co^{2+}]_i}{[Ni^{2+}]_i} = \frac{C_2}{C_1} = \frac{0,3}{0,03} = 10$

نلاحظ أن : $Q_{r,i} = 10 < K = 100$ تتطور المجموعة تلقائيا في المنحى المباشر .

يحدث اختزال عند إلكترود النيكل (القطب الموجب) والقطب السالب للعمود هو إلكترود الكوبالت .

يمر التيار الكهربائي خارج العمود من إلكترود النيكل نحو إلكترود الكوبالت .

وبالتالي الجواب الصحيح هو د

2-تعبير t_e التاريخ توازن المجموعة

$$K = \frac{[Co^{2+}]_{éq}}{[Ni^{2+}]_{éq}} = \frac{\frac{C_2 V + x_{éq}}{V}}{\frac{C_1.V - x_{éq}}{V}} = \frac{C_2 V + x_{éq}}{C_1.V - x_{éq}} \Rightarrow (C_1.V - x_{éq}).K = C_2.V + x_{éq} \Rightarrow x_{éq} = \frac{K.C_1 - C_2}{1+K}.V$$

لدينا :

$$Q = n(é).F = I.\Delta t \Rightarrow 2x_{éq}.F = I.t_e \Rightarrow t_e = 2x_{éq}\frac{F}{I} \Rightarrow t_e = \frac{2(K.C_1 - C_2)}{1+K}.\frac{F.V}{I}$$

ت.ع:

$$t_e = \frac{2 \times (100 \times 0,03 - 0,3) \times 9,65.10^4 \times 0,1}{(1+100) \times 0,1} \Rightarrow t_e = 5159\ s \approx 5,16.10^3\ s$$

3-تغير Δm لكتلة إلكتود النيكل :

حسب الاختزال الكاثودي :

$$Ni^{2+}{}_{(aq)} + 2e^- \rightleftarrows Ni_{(s)}$$

لدينا :

$$n(Ni) = \frac{\Delta m}{M(Ni)} = x_{eq} \Rightarrow \Delta m = M(Ni).x_{éq} = \frac{K.C_1 - C_2}{1+K}.V.M(N)i$$

ت.ع :

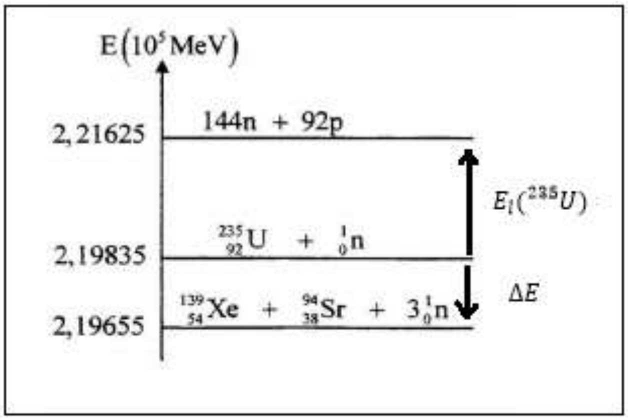
$$\Delta m = \frac{(100 \times 3.101^{-2} - 0,3) \times 0,1 \times 58,7}{1+100} \Rightarrow \Delta m = 0,157\ g$$

التحولات النووية

1.1-معادلة تفاعل الإندماج هي المعادلة A:

$${}_1^2H + {}_1^3H \rightarrow {}_2^4H + {}_0^1n$$

1.2.1-طاقة الربط بالنسبة لنوية لنواة الأورانيوم 235 :



$$E_l({}_{92}^{235}U) = \Delta m.c^2 = [92m_p + 143m_n - m({}_{92}^{235}U)].C^2$$

$$E_l({}_{92}^{235}U) = (2{,}21625 - 2{,}19835).10^5 = 1970MeV$$

طاقة الربط بالنسبة لنوية :

$$\xi({}_{92}^{235}U) = \frac{E_l({}_{92}^{235}U)}{A} = \frac{1970}{235} = 7{,}62\ MeV/nucléon$$

1.2.2-الطاقة $|\Delta E_0|$ الناتجة عن التحول :

$$|\Delta E_0| = [m(Sr) + m(Xe) + 3m(n) - m(U) - m(n)].C^2$$

$$|\Delta E| = (2{,}19835 - 2{,}19655).10^5 = 180MeV$$

1.2-الطاقة الناتجة عن هذا التحول $|\Delta E|$:

$$|\Delta E| = |\Delta m|.c^2 = |m({}_2^4He) + 2m({}_1^0e) - m({}_1^1H)|.c^2$$

ت.ع :

$$|\Delta E| = |4{,}00151 + 2 \times 5{,}48579.10^{-4} - 4 \times 1{,}00728| \times 931{,}5MeV.c^{-2}.c^2 \approx 24{,}7\ MeV \Rightarrow$$

$$|\Delta E| = 24{,}7 \times 1{,}6022.10^{-13} \approx 3{,}96.10^{-12}\ J$$

2.2-حساب عدد السنوات اللازمة لاستهلاك الهيدروجين الموجود في الشمس :

ليكن E' الطاقة المحرة من طرف نواة واحدة من الهيدروجين حيث : $E' = \frac{|\Delta E|}{4}$

و E الطاقة المحررة من طرف N نواة الموجودة في الشمس حيث : $E = N.E'$ مع : $N = \frac{m}{m({}_1^1H)} \Rightarrow E = \frac{m}{m({}_1^1H)}.\frac{|\Delta E|}{4}$

مع : $m = 0{,}1m_S$ (كتلة الهيدروجين ${}_1^1H$ تمثل 10% من كتلة الشمس)

تحرر الشمس خلال كل سنة الطاقة E نتيجة هذا التحول ، والمدة الزمنية اللازمة لاستهلاك كل الهيددروجين الموجود في الشمس هي :

$$\begin{cases} 1an \rightarrow E_S \\ \Delta t \rightarrow \frac{m}{m({}_1^1H)}.\frac{|\Delta E|}{4} \end{cases} \Rightarrow \Delta t = \frac{m}{m({}_1^1H)}.\frac{|\Delta E|}{4.E_S} \Rightarrow \Delta t = \frac{0{,}1m_S}{m({}_1^1H)}.\frac{|\Delta E|}{4E_S}$$

ت.ع :

$$\Delta t = \frac{0{,}1 \times 2.10^{30} \times 3{,}96.10^{-12}}{1{,}00728 \times 1{,}66054.10^{-27} \times 4 \times 10^{34}} = 1{,}18.10^{20}\ ans$$

الكهرباء :

1-دراسة ثنائي القطب ***RL***

1-1-إثبات المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_{R_1} بين مربطي الموصل الأومي :

حسب قانون إضافية التوترات : $u_b + u_{R_1} = E$

$$u_{R_1} = R_1.i$$

$$u_b = L\frac{di}{dt} + ri = \frac{L}{R_1}.\frac{d(R_1.i)}{dt} + r.\frac{R_1.i}{R_1} = \frac{L}{R_1}.\frac{du_{R_1}}{dt} + \frac{r}{R_1}.u_{R_1}$$

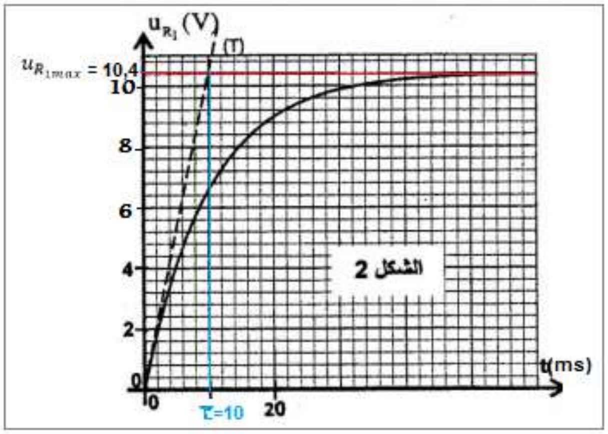
$$\frac{L}{R_1}.\frac{du_{R_1}}{dt}+\frac{r}{R_1}.u_{R_1}+u_{R_1}=E \Rightarrow \frac{L}{R_1}.\frac{du_{R_1}}{dt}+u_{R_1}\left(\frac{r+R_1}{R_1}\right)=E \Rightarrow \frac{L}{R_1+r}.\frac{du_{R_1}}{dt}+u_{R_1}=\frac{E.R_1}{R_1+r}$$

1-2-تحديد r مقاومة الوشيعة :

في النظام الدائم : $\frac{du_{R_1}}{dt}=0$ ومنه : $u_{R_1max}=\frac{E.R_1}{R_1+r}$ وبالتالي : $r=\frac{E.R_1}{u_{R_1max}}-R_1=R_1(\frac{E}{u_{R_1max}}-1)$

مبيانيا نجد : $u_{R_1max}=10,4\,V$

$$r=52\times\left(\frac{12}{10,4}-1\right)\Rightarrow r=8\,\Omega$$



1-3-التحقق من قيمة L :

لدينا : $\tau=\frac{L}{R_1+r}$ أي : $L=\tau.(R_1+r)$

مبيانيا نجد : $\tau=10\,ms$

$$L=10.10^{-3}(52+8)\Rightarrow L=0,6\,H$$

2-دراسة ثنائي القطب RC و RLC

2-1-دراسة ثنائي القطب RC

2-1-1-تحديد R_0 :

حسب قانون أوم : $u_{R_0}=R_0.I_0$ أي : $R_0=\frac{u_{R_0}}{I_0}$

مبيانيا $u_{R_0}=2V$ وبالتالي : $R_0=\frac{2}{4.10^{-6}}=5.10^5\,\Omega=500\,k\Omega$

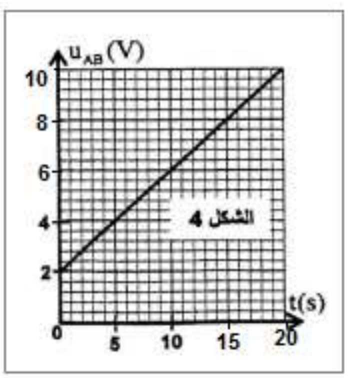
2-1-2-قيمة سعة المكثف C :

حسب قانون إضافية التوترات :

$$u_{AB}=u_C+u_{R_0}$$

لدينا : $q=C.u_C=I_0.t$ أي: $u_C=\frac{I_0}{C}.t$

$$u_{AB}=\frac{I_0}{C}.t+u_{R_0}$$



معادلة المنحنى تكتب : $u_{AB}=\frac{\Delta u_{AB}}{\Delta t}.t+u_{AB}(0)=\frac{6-2}{10-0}.t+2=0,4t+$ 2

$$\frac{I_0}{C}=0,4\ \Rightarrow C=\frac{I_0}{0,4}=\frac{4.10^{-6}}{0,4}\Rightarrow C=10^{-5}F=10\,\mu F$$

2-2-دراسة ثنائي القطب RLC

2-2-1-إثبات المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة q للمكثف :

حسب قانون إضافية التوترات : $u_b+u_R+u_C=0$

مع $u_b=L.\frac{di}{dt}+r.i$; $u_R=R.i$; $q=C.u_C$; $i=\frac{dq}{dt}$; $\frac{di}{dt}=\frac{d}{dt}\left(\frac{dq}{dt}\right)=\frac{d^2q}{dt^2}$

$$L.\frac{d^2q}{dt^2}+(R+r).\frac{dq}{dt}+\frac{q}{C}=0\ \Rightarrow \frac{d^2q}{dt^2}+\frac{R+r}{L}.\frac{dq}{dt}+\frac{1}{L.C}.q=0$$

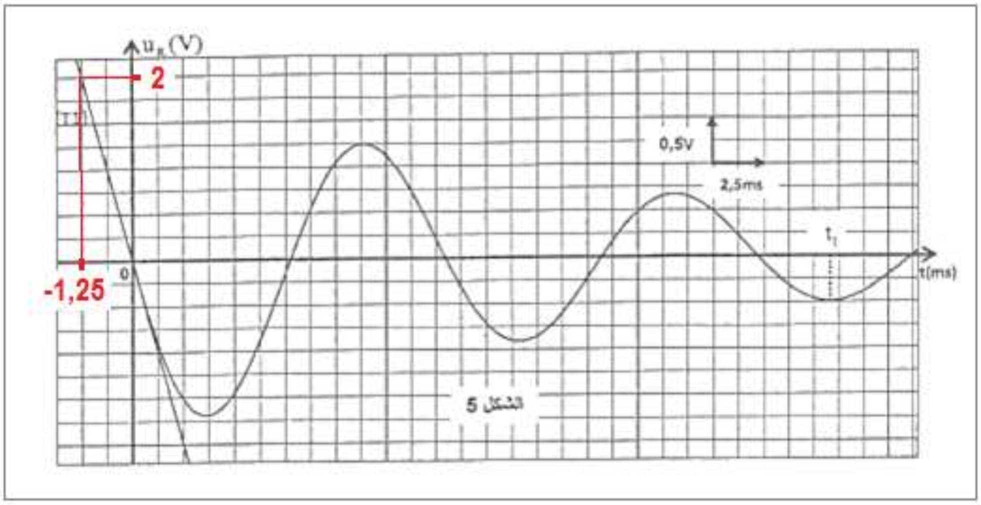
2-2-2-تعبير $\frac{dE_T}{dt}$ بدلالة R و r و i :

الطاقة الكلية E_T في الدراة تساوي مجموع الطاقة الكهربائية E_e المخزونة في المكثف و الطاقة المغنطيسية E_m المخزونة في الوشيعة : $E_T=E_e+E_m$

$$\begin{cases}E_e=\frac{1}{2C}.q^2\\ E_m=\frac{1}{2}L.i^2=\frac{1}{2}L.\left(\frac{dq}{dt}\right)^2\end{cases}\Rightarrow E_T=\frac{1}{2C}.q^2+\frac{1}{2}L.\left(\frac{dq}{dt}\right)^2\Rightarrow\frac{dE_T}{dt}=\frac{q}{C}.\frac{dq}{dt}+L.\frac{dq}{qt}.\frac{d^2q}{dt^2}=\frac{dq}{dt}.\left(\frac{q}{C}+L.\frac{d^2q}{dt^2}\right)$$

باعتبار المعادلة التفاضلية : $L.\frac{d^2q}{dt^2}+(R+r).\frac{dq}{dt}+\frac{q}{C}=0\Rightarrow L.\frac{d^2q}{dt^2}+\frac{q}{C}=-(R+r).\frac{dq}{dt}$

$$\frac{dE_T}{dt} = -\frac{dq}{dt}.\left(\frac{q}{C} + L.\frac{d^2q}{dt^2}\right) = -\frac{dq}{dt}.\left((R+r).\frac{dq}{dt}\right) = -(R+r)\left(\frac{dq}{dt}\right)^2 \Rightarrow \boxed{\frac{dE_T}{dt} = -(R+r)i^2}$$



2-2-3-إثبات تعبير U_0 :

حسب قانون إضافية التوترات :

$$u_b + u_R + u_C = 0$$

أي: $\frac{L}{R}.\frac{du_R}{dt} + \frac{(R+r)}{R}.u_R + u_C = 0$

عند اللحظة $t = 0$ لدينا : $u_R = 0$

و $u_C = U_0$

و بالتالي : $\frac{L}{R}.\left(\frac{du_R}{dt}\right)_{t=0} + U_0 = 0$

نستنتج : $U_0 = -\frac{L}{R}.\left(\frac{du_R}{dt}\right)_{t=0}$

تحديد قيمة U_0 :

$$U_0 = -\frac{L}{R}.\left(\frac{\Delta u_R}{\Delta t}\right)_{t=0}$$

$$\boxed{U_0 = -\frac{0,6}{40} \times \frac{2-0}{0-1.25.10^{-3}} = 12\ V}$$

2-2-4-الطاقة المبددة بمفعول جول في الدارة بين اللحظتين $t = 0$ و $t = t_1$:

$$|E_J| = |E_T(t_1) - E_T(0)|$$

$$u_C = -(u_b + u_R) = -\left(\frac{L}{R}.\frac{du_R}{dt} + \frac{r+R}{R}.u_R\right)\ ;\ i = \frac{u_R}{R}$$

$$E_T = \frac{1}{2}C.u_C^2 + \frac{1}{2}L.i^2 \Rightarrow E_T = \frac{1}{2}C.\left(\frac{L}{R}.\frac{du_R}{dt} + \frac{r+R}{R}.u_R\right)^2 + \frac{1}{2}L.\left(\frac{u_R}{R}\right)^2$$

عند اللحظة $t = 0$ لدينا (حسب مبيان الشكل 5) $u_R = 0$ ومنه :

$$E_T(0) = \frac{1}{2}C\left(\frac{L}{R}.\left(\frac{du_R}{dt}\right)_{t=0}\right)^2 = \frac{1}{2}C.(U_0)^2 \Rightarrow E_T(0) = \frac{1}{2} \times 10^{-5} \times 12^2 = 7,2.10^{-4}\ J$$

عند اللحظة t_1 لدينا : $\left(\frac{du_R}{dt}\right)_{t_1} = 0$ و $u_R(0) = -0,5\ V$ ومنه :

$$E_T(t_1) = \frac{1}{2}C\left(\frac{R+r}{R}.u_R(0)\right)^2 + \frac{1}{2}L.\left(\frac{u_R(0)}{R}\right)^2 \Rightarrow E_T(t_1) = \frac{1}{2}\left(\frac{u_R(0)}{R}\right)^2[C.(R+r)^2 + L]$$

$$E_T(t_1) = \frac{1}{2} \times \left(\frac{0,5}{40}\right)^2[10^{-5}(40+8)^2 + 0,6] = 4,87.10^{-5}\ J$$

$$|E_J| = |E_T(t_1) - E_T(0)| = 7,2.10^{-4} - 4,87.10^{-5} \Rightarrow \boxed{|E_J| = 6,71.10^{-4}\ J}$$

3-تضمين الوسع لإشارة جيبية

3-1-إثبات تعبير $u_S(t)$:

لدينا العلاقة : $cosa.cosb = \frac{1}{2}.[\cos(a+b) + \cos(a-b)]$

لدينا : $u_S(t) = k.u_1(t).u_2(t) = k.(s(t) + U_0).u_2(t) = k[S_m.\cos(2\pi f_S.t) + U_0].U_m.\cos(2\pi F_P.t)$

$$u_S(t) = k.S_m.U_m\cos(2\pi f_S.t).\cos(2\pi F_p.t) + k.U_0.U_m\cos(2\pi F_p.t)$$

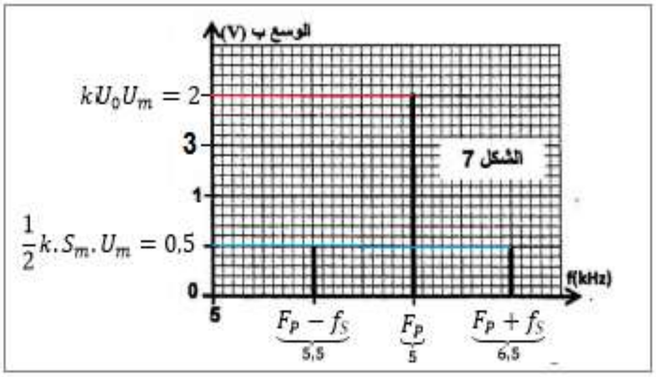
$$u_S(t) = \frac{1}{2}k.S_m.U_m\cos[2\pi(F_p + f_S).t] + \frac{1}{2}k.S_m.U_m\cos[2\pi(F_p - f_S).t] + k.U_0.U\_m\ \ cos(2\pi F\_p.t)$$

نضع : $A = k.U_0.U_m$ و $m = \frac{S_m}{U_0}$ ومنه : $\frac{1}{2}k.S_m.U_m = \frac{1}{2}k.U_0.U_m.\frac{S_m}{U_0} = \frac{1}{2}A.m$ و $f_1 = f_S + F_P$ و $f_2 = F_P$

و $f_3 = f_S - F_P$

نحصل على : $u_S(t) = \frac{A.m}{2}.\cos(2\pi f_1.t) + A.\cos(2\pi f_2.t) + \frac{A.m}{2}.\cos(2\pi f_1.t)$

3-2-قيمة نسبة التضمين m :



انطلاقا من المبيان لدينا :

$$\frac{1}{2}k.S_m.U_m = 0,5 \quad \text{و} \quad kU_0U_m = 2$$

$$\frac{1}{2}k.S_m.U_m = \frac{1}{2}k.m.U_0.U_m$$

$$\frac{\frac{1}{2}k.m.U_0.U_m}{kU_0U_m} = \frac{1}{2}m = \frac{0,5}{2} \Rightarrow m = 0,5$$

قيمة التردد f_S :

$f_S = F_P - f_1$ أي: $f_1 = f_S + F_P$

انطلاقا من المبيان لدينا : $f_1 = 6,5\ kHz$ و $F_P = 5kHz$

أي: $f_S = 6,5 - 5 = 0,5\ kHz \Rightarrow f_S = 500\ Hz$

3-3-تحديد C_0 سعة المكثف لدارة التوافق :

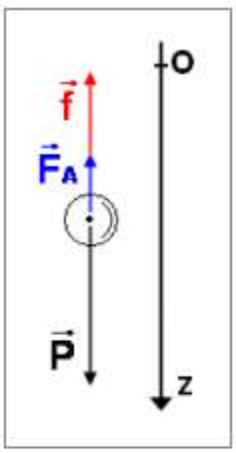
التردد الخاص لدارة التوافق يكتب : $f_0 = F_p = \frac{1}{2\pi\sqrt{L.C_e}}$ أي: $C_e = \frac{1}{4\pi^2 L.F_P^2} = \frac{1}{4\pi^2 \times 60.10^{-3}(6.10^3)^2} = 1,17.10^{-8}$

المكثفان C و C_0 مركبان على التوالي نكتب : $\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C_0}$ ومنه : $\frac{1}{C_0} = \frac{1}{C_e} - \frac{1}{C} = \frac{C - C_e}{C_e.C}$

وبالتالي : $C_0 = \frac{C_e.C}{C - C_e} = \frac{1,17.10^{-8} \times 10.10^{-6}}{10.10^{-6} - 1,17.10^{-8}} = 1,17.10^{-8}\ F \Rightarrow C_0 = 11,7\ nF$

الميكانيك

الجزء الأول : دراسة السقوط الرأسي باحتكاك لكرية



1-إثبات المعادلة التفاضلية :

المجموعة المدروسة : الكرية

جرد القوى : $\vec{P}$: وزن الجسم ; $\vec{F}$: دافعة أرخميدس ; $\vec{f}$: قوة احتكاك المائع

نعتبر المعلم $(0, \vec{k})$ المرتبط بالأرض غاليليا ، نطبق القانون الثاني لنيوتن :

$$\vec{P} + \vec{F} + \vec{f} = m\vec{a}$$

الإسقاط على المحور Oz :

$m.g - \rho_\ell.V_S g - \lambda.v = ma$ ومنه : $\frac{dv}{dt} + \frac{\lambda}{m}.v = g(1 - \frac{\rho_\ell.V_S}{m})$ مع : $m = \rho_S.V_S$

المعادلة التفاضلية : $\frac{dv}{dt} + \frac{\lambda}{\rho_S.V_S}.v = g(1 - \frac{\rho_\ell}{\rho_S})$

2-قيمة a_0 التسارع عند $t = 0$:

$\left(\frac{dv}{dt}\right)_{t=0} + \frac{\lambda}{\rho_S.V_S}.v_0 = g(1 - \frac{\rho_\ell}{\rho_S})$ مع $v_0 = 0$ و $a_0 = \left(\frac{dv}{dt}\right)_{t=0}$

نستنتج : $a_0 = g\left(1 - \frac{\rho_\ell}{\rho_S}\right) = 9,8 \times (1 - 0,15) \Rightarrow a_0 = 8,33\ m.s^{-2}$

3-قيمة v_ℓ السرعة الحدية :

عند $v = v_\ell = cte$ يكون : $\frac{dv}{dt} = 0$

المعادلة التفاضلية تكتب : $\frac{\lambda}{\rho_S.V_S}.v_\ell = g(1 - \frac{\rho_\ell}{\rho_S})$

أي : $v_\ell = \frac{\rho_S.V_S}{\lambda} g.\left(1 - \frac{\rho_\ell}{\rho_S}\right) \Rightarrow v_\ell = \frac{9,8}{12,4} \times (1 - 0,15) \Rightarrow v_\ell = 0,67\ m.s^{-1}$

4-إثبات التعبير $\frac{v_2}{v_1} = 2 - \frac{\Delta t}{\tau}$:

باستعمال المعادلة التفاضلية : $a_i = -\frac{1}{\tau}v_i + a_0$ مع : $a_0 = g\left(1 - \frac{\rho_\ell}{\rho_S}\right)$

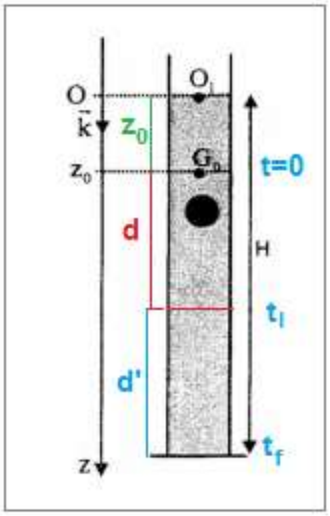
باستعمال طريقة أولير : $v_{i+1} = a_i.\Delta t + v_i$

ومنه : $v_{i+1} = \left(-\frac{1}{\tau}v_i + a_0\right).\Delta t + v_i = -\frac{v_i}{\tau}.\Delta t + a_0.\Delta t + v_i \Rightarrow \frac{v_{i+1}}{v_i} = 1 - \frac{\Delta t}{\tau} + \frac{a_0}{v_i}.\Delta t$

$$\frac{v_2}{v_1}=1-\frac{\Delta t}{\tau}+\frac{a_0}{v_1}.\Delta t=1-\frac{\Delta t}{\tau}+\frac{a_0}{a_0.\Delta t+\underbrace{v_0}_{0}}.\Delta t=1-\frac{\Delta t}{\tau}+1\Rightarrow \boxed{\frac{v_2}{v_1}=2-\frac{\Delta t}{\tau}}$$

حساب v_1 : $v_1=a_0.\Delta t+v_0=8{,}33\times 8.10^{-3}=0{,}067\ m.s^{-1}$

حساب v_2 : $v_2=v_1\left(2-\frac{\Delta t}{\tau}\right)=0{,}067\times\left(2-\frac{8.10^{-3}}{\frac{1}{12{,}4}}\right)=0{,}127\ m.s^{-1}$



5-التاريخ t_l الذي تأخذ عنده سرعة الكرية القيمة $0{,}99.v_l$:

لدينا : $v=v_l.\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ أي : $e^{-\frac{t}{\tau}}=1-\frac{v}{v_l}$

ومنه : $\frac{t}{\tau}=-\ln\left(1-\frac{v}{v_l}\right)\Rightarrow t=-\tau.\ln\left(1-\frac{v}{v_l}\right)$

ت.ع : $t_l=-\frac{1}{12{,}4}\ln(1-0{,}99)\Rightarrow \boxed{t_l=0{,}37\ s}$

6-المسافة d التي قطعتها الكرية خلال النظام الإنتقالي :

النظام الانتقالي طول مساره : d ومدته : $t_l=0{,}37\ s$

النظام الدائم (حركة مستقيمية منتظمة)طول مساره $d'=v_l.(\Delta t_f-t_l)$

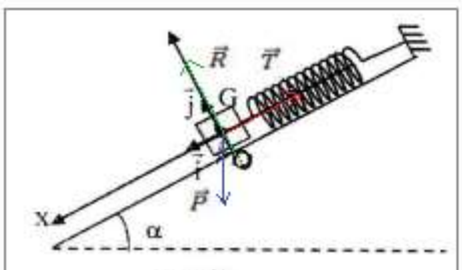
ومدته : $t_2=\Delta t_f-t_l=1{,}14-0{,}37=0{,}77\ s$

$H=z_0+d+d'\Rightarrow d=H-z_0-d'=H-z_0-v_l.t_2$

ت.ع : $d=0{,}796-0{,}03-0{,}67\times 0{,}77\Rightarrow \boxed{d=0{,}25\ m}$

الجزء الثاني : الدراسة الطاقية لنواس مرن

1-تعبير الإطالة $\Delta\ell_0$ عند التوازن :



الشكل 1

المجموعة المدروسة : الكرية

جرد القوى : $\vec{P}$: وزن الكرية ، $\vec{R}$: تأثير السطح ، $\vec{T}$: توتر النابض

نطبق القانون الأول لنيوتن : $\vec{P}+\vec{R}+\vec{T}=\vec{0}$

الإسقاط على المحور Ox :

$P_x+R_x+T_x=0$ أي: $mg.sin\alpha-K.\Delta\ell_0=0$

و بالتالي : $\boxed{\Delta\ell_0=\frac{m.g.sin\alpha}{K}}$

1-2-تعبير طاقة الوضع للمتذبذب E_P :

لدينا : $E_P=E_{Pe}+E_{pp}$

مع : $E_{Pe}=\frac{1}{2}K(\Delta\ell_0+x)^2+cte$ الحالة المرجعية $E_{Pe}=0$ عند $x=0$ وبالتالي : $cte=-\frac{1}{2}K.\Delta\ell_0{}^2$

تعبير E_{Pe} يصبح : $E_{Pe}=\frac{1}{2}K(\Delta\ell_0+x)^2-\frac{1}{2}K.\Delta\ell_0{}^2$

$E_{PP}=m.gz+cte$ الحالة المرجعية $E_{PP}=0$ عند $z=0$ ومنه : $cte=0$

$E_{PP}=m.g.z$ مع $z=-x.sin\alpha$ و $m.g.sin\alpha=K.\Delta\ell_0$

تعبير E_{pp} يصبح : $E_{PP}=-m.g.x.sin\alpha=-K.x.\Delta\ell_0$

$$E_p=\frac{1}{2}K(\Delta\ell_0+x)^2-\frac{1}{2}K.\Delta\ell_0{}^2-K.x.\Delta\ell_0=\frac{1}{2}K.\Delta\ell_0{}^2+K.x.\Delta\ell_0+\frac{1}{2}K.x^2-\frac{1}{2}K.\Delta\ell_0{}^2-K.x.\Delta\ell_0$$

$$\boxed{E_P=\frac{1}{2}K.x^2}$$

2-2-المعادلة التفاضلية التي يحققها الافصول x :

لدينا : $E_m=E_C+E_P$ ومنه : $E_m=\frac{1}{2}m.\dot{x}^2+\frac{1}{2}Kx^2$

بانحفاظ الطاقة الميكانيكية نكتب : $\frac{dE_m}{dt}=0$ أي: $m.\dot{x}.\ddot{x}+K.x.\dot{x}=0$

$m.\dot{x}\left(\ddot{x}+\frac{K}{m}x\right)=0$ المعادلة التفاضلية تكتب : $\boxed{\ddot{x}+\frac{K}{m}x=0}$

1-3-2-قيمة الصلابة K والوسع X_m و الطور φ :

-صلابة النابض K :

تعبير الدور الخاص : $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$ أي : $T_0^2 = 4\pi^2.\frac{m}{K}$ ومنه : $K = \frac{4\pi^2 m}{T_0^2}$

حسب مبان الشكل 2 لدينا الدور الطاقي $T = 0{,}2\ s$ نعلم أن : $T_0 = 2T = 0{,}4\ s$

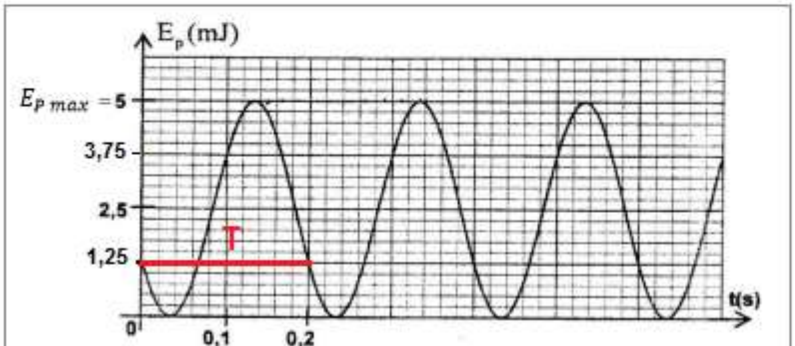
ت.ع : $K = \frac{4\times10\times0{,}1}{0{,}4^2} = 25\ \ N.m^{-1}$

-الوسع X_m :

لدينا : $E_{P\ max} = \frac{1}{2}KX_m^2$ وبالتالي : $X_m^2 = \frac{2.E_{P\ max}}{K}$ نستنتج : $X_m = \sqrt{\frac{2.E_{P\ max}}{K}}$

حسب المبيان لدينا : $E_{P\ max} = 5.10^{-3}\ J$

ت.ع : $X_m = \sqrt{\frac{2\times5.10^{-3}}{25}} = 0{,}02\ m \Rightarrow X_m = 2cm$



الشكل 2

-الطور φ :

لدينا : $E_P = \frac{1}{2}K.x^2$ عند $t = 0$ نكتب : $E_P(t=0) = \frac{1}{2}K.{X_0}^2$

ومنه : $X_0 = \sqrt{\frac{2.E_{P\ (t=0)}}{K}} = \sqrt{\frac{2\times1{,}25.10^{-3}}{25}} = 0{,}01m$

أي: $x(t=0) = X_m cos\varphi = X_0$: $cos\varphi = \frac{X_0}{X_m} = \frac{0{,}01}{0{,}02} = \frac{1}{2}$ $\Leftrightarrow \varphi = \pm\frac{\pi}{3}$

بما ان : $V_0 = \dot{x}(t=0) = -X_m\frac{2\pi}{T_0}sin\varphi < 0$ وبالتالي : $\varphi = \frac{\pi}{3}$

2-3-2-تعبير السرعة V_0 :

باعتبار انحفاظ الطاقة الميكانيكية نكتب :

$$E_m = \frac{1}{2}m.\dot{x}^2 + \frac{1}{2}Kx^2 = cte$$

عند اللحظة $t = 0$ الطاقة الميكانيكية تكتب : $E_m = \frac{1}{2}m.V_0^2 + \frac{1}{2}KX_0^2$

عند الموضع $x = X_m$ نكتب : $E_m = \frac{1}{2}KX_m^2$

$$\frac{1}{2}m.V_0^2 + \frac{1}{2}KX_0^2 = \frac{1}{2}KX_m^2 \Rightarrow m.V_0^2 = K(X_m^2 - X_0^2) \Rightarrow V_0^2 = \frac{K}{m}.\left(X_m^2 - \left(\frac{X_m}{2}\right)^2\right) = \frac{3K}{4m}.X_m^2$$

$$V_0 = X_m.\sqrt{\frac{3K}{4m}} \Rightarrow V_0 = \frac{X_m}{2}.\sqrt{\frac{3K}{m}}$$