المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني
والتعليم العالي والبحث العلمي

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة الاستدراكية 2018

-الموضوع-

RS 30

4	مدة الإنجاز	الفيزياء والكيمياء	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم الرياضية : " أ " و " ب "	الشعبة أو المسلك

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة العلمية غير القابلة للبرمجة.

يتضمن الموضوع أربعة تمارين : تمرينا في الكيمياء و ثلاثة تمارين في الفيزياء.

الكيمياء(7 نقط):

- السرعة الحجمية لتفاعل ؛ تفاعلات حمض- قاعدة،
- المركم فضة - حديد.

الفيزياء (13 نقطة):

➢ الموجات(2,25 نقط):

- موجات فوق صوتية.

➢ الكهرباء(5,25 نقط) :

- ثنائي القطب RL والدارة LC،
- تضمين الوسع .

➢ الميكانيك(5,5 نقط):

- حركة متزلج،
- حركة نواس بسيط.

الكيمياء(7 نقط) :

الجزءان مستقلان

الجزء الأول :السرعة الحجمية لتفاعل ؛ تفاعلات حمض- قاعدة

يعد ماء جافيل مادة كيميائية كثيرة الاستعمال ، وهو معقّم جد فعال ضد العدوى البكتيرية والفيروسية. ويعتبر الأيون تحت الكلوريت(hypochlorite) ClO^- العنصر الفعال لماء جافيل. لهذا الأيون طابع مؤكسد و طابع قاعدي.
ندرس في هذا الجزء من التمرين :

- الحركية الكيميائية لتفكك أيونات تحت الكلوريت ClO^- ،
- تفاعلات حمض- قاعدة تتدخل فيها المزدوجة $HClO_{(aq)}/ClO^-_{(aq)}$.

1- تتبع التطور الزمني للتركيز المولي الفعلي للأيون تحت الكلوريت ClO^-

أثناء مدة حفظ ماء جافيل ، تتحلل أيونات تحت الكلوريت ClO^- وفق المعادلة التالية للتفاعل :

$$2ClO^-_{(aq)} \longrightarrow 2Cl^-_{(aq)} + O_{2(g)} .$$

في ظروف تجريبية معينة نحصل على منحنيي الشكل 1 الممثلين للتطور $\left[ClO^-_{(aq)}\right]=f(t)$ عند درجتي حرارة θ_1 و θ_2 .

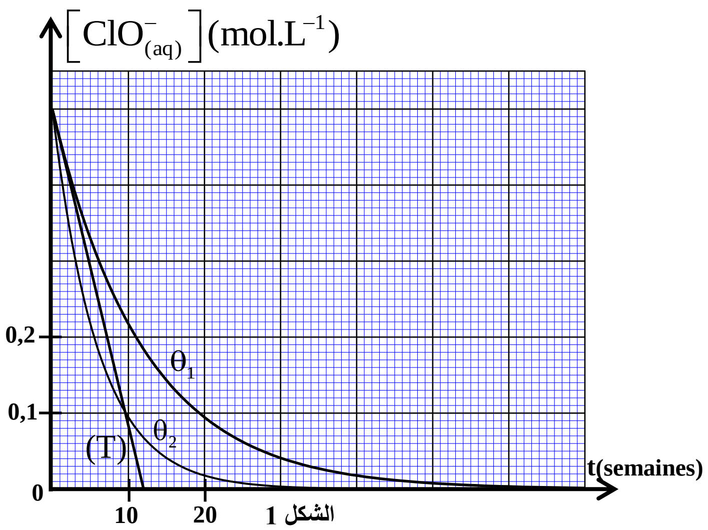
1-1 أنشئ الجدول الوصفي لتقدم التفاعل (نرمز بـ V لحجم المحلول المدروس والذي نعتبره ثابتا وبـ $C_0=\left[ClO^-_{(aq)}\right]_0$ للتركيز المولي للأيونات ClO^- عند $t=0$). 0,5

1-2 بين أن التركيز المولي الفعلي لأيونات تحت الكلوريت عند اللحظة $t=t_{1/2}$ ($t_{1/2}$ زمن نصف التفاعل)هو $\frac{C_0}{2}$. 0,75

استنتج مبيانيا $t_{1/2}$ بالنسبة للتجربة المنجزة عند درجة الحرارة θ_2 .

1-3 أوجد، بالنسبة لدرجة الحرارة θ_1 ، السرعة الحجمية للتفاعل عند اللحظة t=0 ، بالوحدة $mol.L^{-1}.semaine^{-1}$ (يمثل (T) المماس للمنحنى في النقطة ذات الأفصول t=0). 0,5

1-4 قارن θ_1 مع θ_2 ، معللا جوابك. 0,25



الشكل 1

2- دراسة بعض المحاليل المائية التي تتدخل فيها المزدوجة : $HClO_{(aq)}/ClO^-_{(aq)}$

معطيات : - تمت جميع القياسات عند درجة الحرارة 25^0C ؛

- الجداء الأيوني للماء : $K_e=10^{-14}$ ؛
- ثابتة الحمضية للمزدوجة $HClO_{(aq)}/ClO^-_{(aq)}$: $K_A=5.10^{-8}$.

أعطى قياس pH القيمة $pH=5,5$ لمحلول مائي (S) لحمض تحت الكلورو $HClO$ حجمه V و تركيزه المولي C .

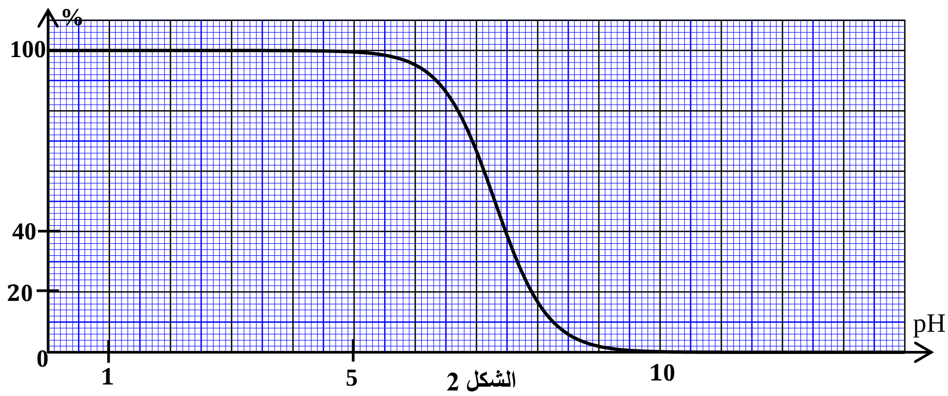
0,5 **1- 2** - أُكتب المعادلة المنمذجة لتفاعل حمض تحت الكلورو مع الماء.

0,75 **2- 2** - أوجد تعبير التركيز المولي C بدلالة pH و K_A . احسب قيمته.

0,5 **3- 2** - نعرف نسبة النوع القاعدي ClO^- في محلول بـ: $\alpha(ClO^-)=\dfrac{[ClO^-]_{éq}}{[ClO^-]_{éq}+[HClO]_{éq}}$. بين أن :

$\alpha(ClO^-)=\dfrac{K_A}{K_A+10^{-pH}}$.

2-4 - يمثل منحنى الشكل 2 التطور بدلالة pH لنسبة أحد النوعين الحمضي أو القاعدي (المعبر عنها بالنسبة المئوية) للمزدوجة $HClO_{(aq)}/ClO^-_{(aq)}$.



الشكل 2

0,25 **2-4-1** - أقرن المنحنى جانبه بالنوع الحمضي أو القاعدي للمزدوجة $HClO_{(aq)}/ClO^-_{(aq)}$.

0,5 **2-4-2** - باستعمال منحنى الشكل 2 ، تعرف،معللا جوابك، على النوع المهيمن من المزدوجة $HClO_{(aq)}/ClO^-_{(aq)}$ في المحلول (S).

2-5 - نمزج حجما V_a من محلول حمض تحت الكلورو تركيزه المولي C_a مع حجم V_b لمحلول هيدروكسيد الصوديوم $Na^+_{(aq)}+HO^-_{(aq)}$ تركيزه المولي $C_b=C_a$ فنحصل على خليط ذي $pH=7,3$.

0,5 **2-5-1** - حدد قيمة ثابتة التوازن K المقرونة بمعادلة التفاعل الذي يحدث.

0,5 **2-5-2** - إعتمادا على منحنى الشكل 2 ، احسب قيمة النسبة $\dfrac{[HClO]_{éq}}{[ClO^-]_{éq}}$. ماذا تستنتج؟

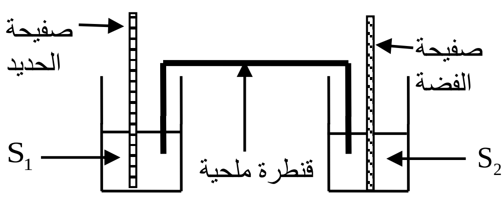
الجزء الثاني : المركم فضة - حديد

المركمات محولات للطاقة، فعلى عكس الأعمدة التي تُستهلك فيها المتفاعلات أثناء الاشتغال، فإن متفاعلات المركمات يمكن أن تتجدد بإعادة شحن هذه المركمات .

ندرس في هذا التمرين، بكيفية مبسطة، تفريغ المركم فضة- حديد.

ننجز المركم الممثل على تبيانة الشكل 3 حيث :

S_1 : محلول مائي لكبريتات الحديد (II) $Fe^{2+}_{(aq)}+SO^{2-}_{4(aq)}$ تركيزه المولي البدئي $C_1=0,2\,mol.L^{-1}$ وحجمه $V_1=100\,mL$ ،



الشكل 3

S_2 : محلول مائي لنترات الفضة $Ag^+_{(aq)}+NO^-_{3(aq)}$ تركيزه المولي البدئي $C_2=C_1$ و حجمه $V_2=V_1$.

معطيات :- الفرادي: $1F=9,65.10^4\ C.mol^{-1}$ ؛

- المزدوجتان Ox/Red : $Ag^+_{(aq)}/Ag_{(s)}$ ؛ $Fe^{2+}_{(aq)}/Fe_{(s)}$.

نركب المركم بين مربطي مصباح عند اللحظة t=0 ، فيمر في الدارة تيار كهربائي نعتبر شدته ثابتة: $I=150\,mA$.

1- أكتب المعادلة الحصيلة أثناء اشتغال المركم علما أن التفاعل التلقائي هو اختزال أيونات الفضة وأكسدة الحديد. 0,5

2- بين أن التركيز $\left[Ag^+_{(aq)}\right]$ عند لحظة t من الاشتغال هو $\left[Ag^+_{(aq)}\right]_t=0{,}2-1{,}55.10^{-5}.t$ حيث t معبر عنها بالوحدة (s) والتركيز بالوحدة $mol.L^{-1}$ (نعتبر أن النوعين الفلزيين يوجدان بإفراط) . 0,5

3- حدد المدة الزمنية t_d لِاشتغال المركم والتركيز النهائي لأيونات الحديد (II): $\left[Fe^{2+}_{(aq)}\right]_f$. 0,5

الفيزياء (13 نقطة):

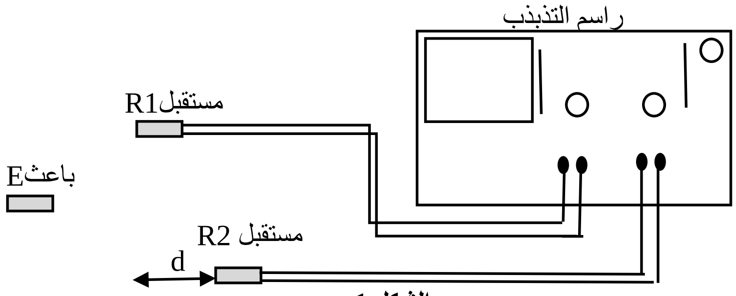
موجات فوق صوتية (2,25 نقط):

يُعتبر الفحص بالصدى أداة للتشخيص الطبي ؛ تَستعمل تقنيته مجسا للموجات فوق الصوتية.

1- تحديد سرعة موجة فوق صوتية في الهواء

نريد تحديد سرعة موجة فوق صوتية في الهواء انطلاقا من قياس طول الموجة λ لإشارة منبعثة من مجس للفحص بالصدى ترددها $N=40\,kHz$. نستعمل لهذا الغرض باعثا E يُحدث موجة دورية جيبية لها نفس تردد المجس .

يوجد المستقبلان R1 و R2 على نفس المسافة من الباعث E. عندما نُبعد المستقبل R2 بمسافة d (الشكل1) ، نلاحظ أن أحد المنحنيين الجيبيين المعاينين على شاشة راسم التذبذب يتأخر عن الآخر.



الشكل 1

يكون المنحنيان على توافق في الطور في كل مرة تكون فيها المسافة d بين R1 و R2 مضاعفا n لطول الموجة λ مع $n\in\mathbb{N}^*$.

1-1- أعط تعريف طول الموجة . 0,25

2-1- اِختر، من بين الاقتراحات التالية، الجواب الصحيح : 0,25

أ - الموجات فوق صوتية موجات تنقل المادة.

ب- الموجات فوق صوتية موجات ميكانيكية.

ج- تنتشر الموجات فوق صوتية بنفس السرعة في جميع الأوساط.

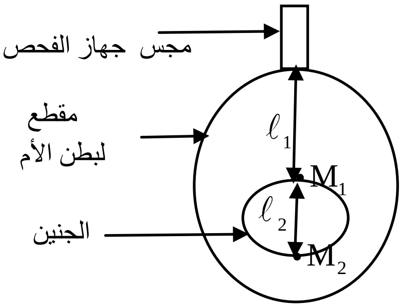
د- مجال طول الموجة للموجات فوق صوتية هو : $400\,nm\le\lambda\le800\,nm$.

3-1- بالنسبة للتجربة المنجزة ، نجد d= 10,2cm بالنسبة ل n=12 . حدد سرعة الموجة في الهواء. 0,5

2- التطبيق على الفحص بالصدى : 0,5

يلعب مجس الفحص بالصدى في نفس الوقت دور باعث و دور مستقبل. عندما تنتشر الموجات في جسم الإنسان، تنعكس جزئيا على الجدار الفاصل بين وسطين مختلفين. يستقبل المجس الموجة المنعكسة جزئيا ويتم تحليلها بواسطة نظام معلوماتي .

يمثل الشكل 2 تبيانة مبسطة لعملية الفحص بالصدى لجنين حيث يتم الانعكاس الجزئي للإشارة عند كل من النقطة M_1 و النقطة M_2.



الشكل 2

أثناء الفحص يرسل باعث المجس، عند اللحظة $t=0$، موجات متآنية فوق صوتية. يستقبل المجس أول موجة منعكسة عند اللحظة $t=t_1=80\mu s$ وثاني موجة منعكسة عند اللحظة $t=t_2=130\mu s$.

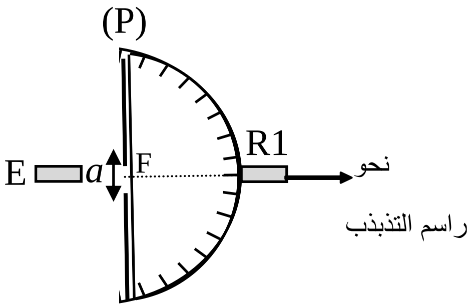
نعتبر أن سرعة الموجات فوق الصوتية في جسم الإنسان هي: $v_c=1540\,m.s^{-1}$.

أوجد السمك ℓ_2 للجنين.

3- حيود موجة فوق صوتية في الهواء

يحتوي التركيب التجريبي الممثل في تبيانة الشكل 3 على:

- الباعث E الذي يرسل موجة فوق صوتية ترددها $N=40\,kHz$ تنتشر في الهواء؛
- المستقبل R1 مرتبط براسم التذبذب ؛
- صفيحة معدنية (P) بها شق مستطيلي عرضه a صغير جدا بالنسبة لطوله ،
- ورقة مدرجة تمكن من قياس الزوايا.



الشكل 3

نزيح المستقبل R1 في المستوى الأفقي بزاوية θ على قوس دائرة مركزها F وشعاعها $r=40\,cm$ و ندون الزاوية θ الموافقة لكل وسع U_m للموجة المستقبلة من طرف R1 .

0,25 **3-1-** قارن طول الموجة للموجة الواردة بطول الموجة للموجة المحيدة.

0,5 **3-2-** نعطي $a=2,6\,cm$. أوجد المسافة التي أزيح بها المستقبل لملاحظة أول قيمة دنوية للوسع U_m لتوتر المستقبل.

<u>الكهرباء (5,25 نقط) :</u>

تتكون الدارات الكهربائية للأجهزة الكهربائية المستعملة في الحياة اليومية من مكثفات ووشيعات وموصلات أومية ودارات مدمجة ...

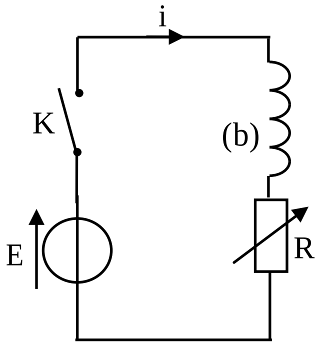
يهدف الجزء الأول من هذا التمرين إلى دراسة ثنائي القطب RL والدارة LC ويهدف الجزء الثاني إلى دراسة تضمين الوسع .

الجزء الأول : ثنائي القطب RL والدارة LC

1- استجابة ثنائي القطب RL لرتبة توتر

نُنجز التركيب التجريبي الممثل على تبيانة الشكل 1 والمكوَّن من:

- مولد للتوتر قوته الكهرمحركة E=1,5 V ؛
- موصل أومي مقاومته R قابلة للضبط؛
- وشيعة (b) معامل تحريضها L ومقاومتها r ؛
- قاطع التيار K.



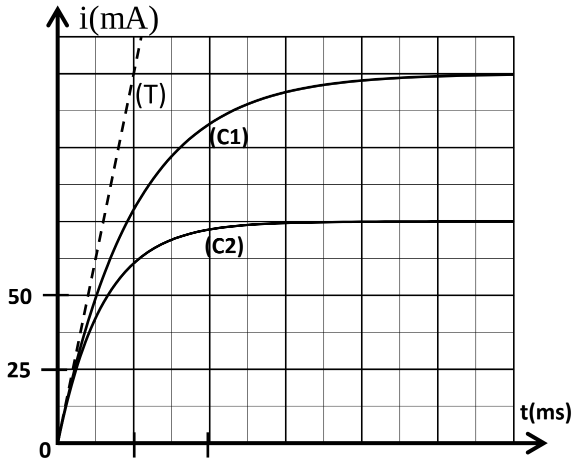
الشكل 1

نغلق قاطع التيار K عند لحظة نختارها أصلا للتواريخ (t=0) ونتتبع التطور الزمني لشدة التيار الكهربائي i(t) المار في الدارة بواسطة نظام معلوماتي ملائم .

0,25 **1-1-** أثبت المعادلة التفاضلية التي تحققها i(t) .

0,5 **1-2-** يُكتب حل هذه المعادلة التفاضلية على الشكل : $i(t)=A.e^{-\alpha t}+B$ حيث A وB و α ثوابت. عبر عن i(t) بدلالة t وبرامترات الدارة.

1-3- يمثل المنحنيان (C_1) و (C_2) للشكل 2 تطور $i(t)$ على التوالي بالنسبة ل $R=R_1$ و $R=2R_1$. يمثل المستقيم (T) المماس للمنحنى (C_1) في النقطة ذات الأفصول $t=0$.



الشكل 2

1-3-1- أوجد قيمة كل من R_1 و r . 0,5

1-3-2- بين أن $L=0,6H$. 0,5

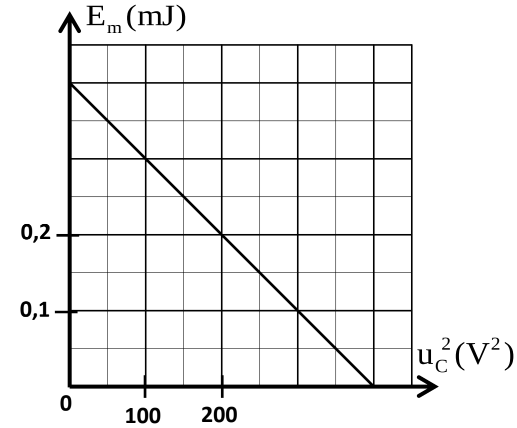
2- دراسة دارة LC

نستعمل في هذه الدراسة وشيعة (b') معامل تحريضها $L=0,6H$ و مقاومتها مهملة .

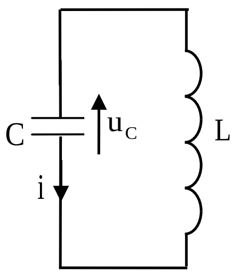
بعد الشحن الكلي لمكثف سعته C تحت توتر ثابت U_0 ، نركبه مع الوشيعة (b') (الشكل 3) .

يمكن كتابة التوتر بين مربطي المكثف على الشكل:

$u_C(t)=U_0.\cos(2\pi f_0 t+\varphi)$ ، حيث f_0 هو التردد الخاص للدارة .



الشكل4



الشكل 3

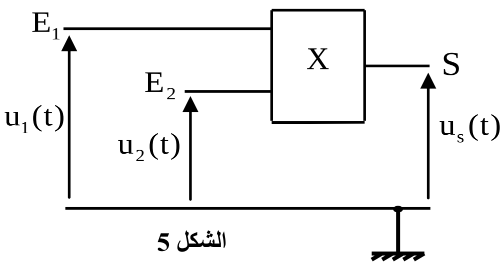
2-1- بين أن الطاقة الكلية E_t للدارة ثابتة. 0,25

2-2- يمثل منحنى الشكل 4 تغير الطاقة المغنطيسية E_m المخزونة في الوشيعة بدلالة مربع التوتر u_C بين مربطي المكثف : $E_m=f(u_C^2)$. 0,75

إعتمادا على منحنى الشكل 4 ، حدد السعة C للمكثف والتوتر U_0 .

الجزء الثاني : تضمين الوسع

لإحداث موجة هرتزية مضمَّنة الوسع ، ننجز التركيب الممثل في تبيانة الشكل 5 حيث X دارة متكاملة منجزة للجداء . ثابتة التناسب للدارة المتكاملة هي k.



الشكل 5

نُطبق عند المدخل E_1 التوتر $u_1(t)=6.\cos(4.10^5\pi.t)$ و عند المدخل E_2 التوتر $u_2(t)=2.\cos(8.10^3\pi.t)+5$. توتر الخروج $u_s(t)$ المحصل عليه هو :

$u_s(t)=k.u_1(t).u_2(t)=3[1+0,4.\cos(8.10^3\pi t)].\cos(4.10^5\pi t)$.

كل التوترات معبر عنها بالوحدة فولط (V).

1- حدد تردد الموجة الحاملة. 0,25

2- إختر الجواب الصحيح : 0,5

الوسع القصوي للموجة المضمَّنة هو :

أ- $6V$ ؛ ب- $4,2V$ ؛ ج- $3V$ ؛ د- $1,8V$ ؛ ه- $2V$.

3- هل تحققت شروط تضمين جيد؟ علل جوابك. 0,5

4- عبر عن $u_s(t)$ على شكل مجموع ثلاث دوال جيبية ومثل طيف الترددات باختيار السلم $1cm/V$ بالنسبة للوسع. (نُذكر أن $\cos(a).\cos(b)=\frac{1}{2}[\cos(a+b)+\cos(a-b)]$). **0,75**

5- هل تمكن الدارة السدادة، المكونة من المكثف والوشيعة السابقين، من استقبال جيد للموجة المضمَّنة المدروسة ؟ علل جوابك. **0,5**

الميكانيك (5,5 نقط)

الجزءان الأول و الثاني مستقلان

الجزء الأول : حركة متزلج

يتطرق هذا الجزء من التمرين إلى نموذج مبسط لحركة مركز القصور G لمتزلج خلال مرحلتين:

المرحلة الأولى : حركة مستقيمية للمتزلج على مستوى مائل .

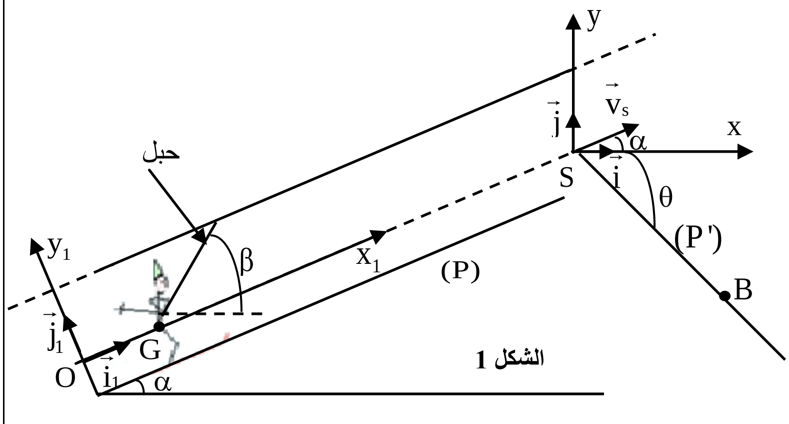
المرحلة الثانية : السقوط الحر للمتزلج في مجال الثقالة المنتظم .

معطيات : - كتلة المتزلج : $m= 60\ kg$ ،
- شدة الثقالة : $g=9,8m.s^{-2}$
نهمل تأثير الهواء.

1- المرحلة الأولى:حركة المتزلج على المستوى المائل

ندرس حركة مركز القصور G للمتزلج في معلم $(O;\vec{i}_1;\vec{j}_1)$ مرتبط بمرجع أرضي نعتبره غاليليا(الشكل1).

لبلوغ القمة S لسكة مستقيمية (P) مائلة بزاوية $\alpha=23°$ بالنسبة للمستوى الأفقي ، ينطلق المتزلج بدون سرعة بدئية من النقطة O ، حيث يكون مرتبطا بحبل صلب يُكون زاوية $\beta=60°$ مع الخط الأفقي. يطبق الحبل على المتزلج قوة جر ثابتة $\vec{F}$ اتجاهها مواز لاتجاه الحبل(الشكل 1).

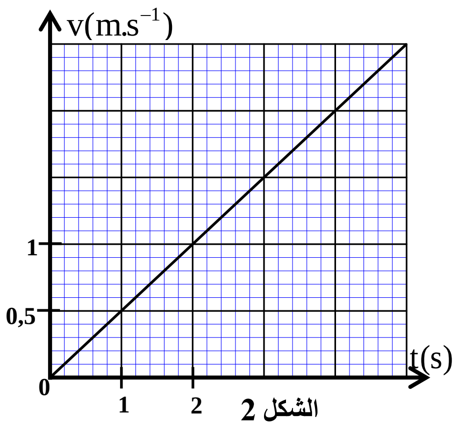


الشكل 1

خلال هذه المرحلة يبقى المتزلج في تماس مع السكة. نرمز بـ $\vec{R}_T$ و $\vec{R}_N$ على التوالي للمركبتين المماسية و المنظمية لتأثير السطح، بحيث $\|\vec{R}_T\|=k.\|\vec{R}_N\|$ مع k معامل الاحتكاك الصلب و $\|\vec{R}_T\|=f=80\ N$.

1-1- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن بين أن المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة v لمركز القصور G تكتب : **0,5**

$$\frac{dv}{dt}+\frac{f}{m}+g.\sin\alpha-\frac{F}{m}\cos(\beta-\alpha)=0$$



الشكل 2

1-2- يمثل منحنى الشكل 2 تغير السرعة v بدلالة الزمن.

1-2-1- حدد مبيانيا قيمة التسارع لحركة G . **0,25**

1-2-2- حدد شدة قوة الجر $\vec{F}$. **0,25**

1-3- حدد قيمة k . **0,5**

2- المرحلة الثانية : مرحلة القفز

عند وصوله إلى القمة S للسكة(P)، ينفصل المتزلج عن الحبل، فيغادر السكة ، عند لحظة نختارها أصلا جديدا للتواريخ (t=0) ، بسرعة $\vec{v}_S$ تُكون الزاوية α مع الخط الأفقي و قيمتها $v_S = 10\,m.s^{-1}$ (الشكل 1).

لتكن النقطة B موضع G لحظة سقوط المتزلج على السكة ('P) المائلة بزاوية $\theta = 45°$ بالنسبة للخط الأفقي (الشكل 1).

ندرس حركة مركز القصور G للمتزلج في معلم $(S;\vec{i};\vec{j})$ مرتبط بمرجع أرضي نعتبره غاليليا.

2-1- أثبت التعبيرين العدديين للمعادلتين الزمنيتين x(t) و y(t) لحركة السقوط الحر ل G في المعلم $(S,\vec{i},\vec{j})$. 0,5

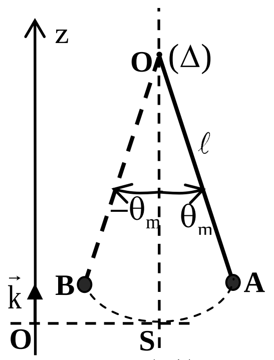
2-2- استنتج أن معادلة المسار ل G تكتب: $y = -5,8.10^{-2}\,x^2 + 0,42x$. 0,5

2-3 - أوجد المسافة SB للقفزة. 0,5

الجزء الثاني :حركة نواس بسيط

نعتبر آلة ضبط النبض الموسيقي (le métronome) والتي ننمذجها بنواس بسيط يتكون من ساق صلبة كتلتها مهملة وطولها $\ell = 24,8\,cm$ مثبت عليها في طرفها الأسفل كرية صغيرة كتلتها $m = 20\,g$ وأبعادها مهملة أمام ℓ .

عندما نزيح النواس عن موضع توازنه المستقر بزاوية θ_m يتذبذب في مستوى رأسي، بين موضعين حديين A و B ، حول محور أفقي (Δ) يمر من النقطة O (الشكل 3).ترسل الآلة إشارة صوتية عندما تصل الكرية إلى الموضع A، و ترسل نفس الاشارة عند وصول الكرية إلى الموضع B.



الشكل 3

نمعلم موضع النواس ، عند لحظة t ، بالأفصول الزاوي θ.

معطيات:- شدة الثقالة: $g = 9,81\,m.s^{-2}$ ؛

- بالنسبة للتذبذبات ذات الوسع الصغير نأخذ $\cos\theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$ حيث θ معبر عنه بالراديان(rad) ؛

-عزم قصور النواس بالنسبة لمحور الدوران (Δ) هو $J_\Delta = m.\ell^2$.

نهمل الاحتكاكات في هذا الجزء.

1- نزيح النواس عن موضع توازنه المستقر بزاوية صغيرة $\theta_m = 8°$ و نحرره من الموضع A بدون سرعة بدئية عند اللحظة $t_0 = 0$.

نختار المستوى الأفقي الذي تنتمي إليه النقطة S مرجعا لطاقة الوضع الثقالية $(E_{pp}=0)$.

1-1- أوجد، عند لحظة t ، تعبير طاقة الوضع الثقالية للنواس بدلالة m و θ و ℓ و g . 0,5

1-2- حدد قيمة الطاقة الميكانيكية للنواس. 0,25

1-3- اعتمادا على دراسة طاقية، أثبت المعادلة التفاضلية للحركة التي يحققها الأفصول الزاوي θ(t) . 0,5

2- نرمز ب T_0 للدور الخاص للنواس.

2-1- أعط تعبير T_0 بدلالة ℓ و g و تحقق باستعمال معادلات الأبعاد أن للدور بعد الزمن. 0,5

2-2- أحسب T_0 . استنتج عدد الإشارات الصوتية المرسلة خلال المدة $\Delta t = t - t_0 = 10,25\,s$ علما أن الإشارة الأولى المرسلة تسمع ، لأول مرة ،عند وصول الكرية إلى النقطة B . 0,5

3 - بين ،اعتمادا على انحفاظ الطاقة الميكانيكية ، أن السرعة الزاوية $\dot{\theta}(t)$ عند لحظة t يُعبر عنها بالعلاقة : 0,25

$$\dot{\theta}(t) = \pm\dot{\theta}_S\sqrt{1-\left(\frac{\theta}{\theta_m}\right)^2}$$ حيث $\dot{\theta}_S$ السرعة الزاوية عند النقطة S.

تصحيح الامتحان الوطني في الفيزياء
الدورة الاستدراكية 2018
العلوم الرياضية أوب

الكيمياء

الجزء الأول: السرعة الحجمية لتفاعل، تفاعلات حمض-قاعدة

1-تتبع التطور الزمني للتركيز المولي الفعلي لأيون تحت الكلوريت ClO^-

1-1-الجدول الوصفي لتقدم التفاعل:

معادلة التفاعل		$2ClO^-_{(aq)}$	$\longrightarrow \quad 2Cl^-_{(aq)}$	$+ \quad O_{2\,(g)}$
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب mol		
الحالة البدئية	0	$C_0.V$	0	0
الحالة الوسيطة	x	$C_0.V-2x$	$2x$	x
الحالة النهائية	x_f	$C_0.V-2x_f$	$2x_f$	x_f

1-2-إثبات ان التركيز المولي الفعلي ل ClO^- عند $t=t_{1/2}$ هو $\frac{C_0}{2}$:

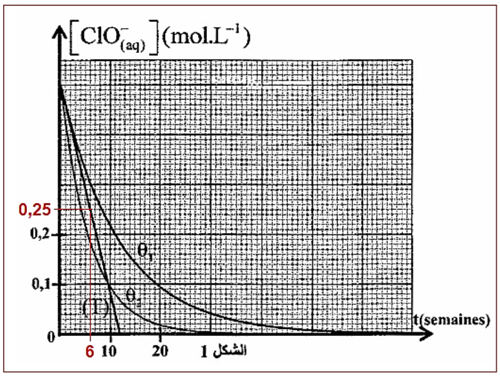
زمن نصف التفاعل $t_{1/2}$ هو المدة التي يأخذ فيها تقدم التفاعل x نصف قيمته النهائية (أو القصوية): $x_{1/2}=\frac{x_{max}}{2}$

المتفاعل المحد هو ClO^- التقدم الأقصى x_{max} : $C_0.V-2x_{max}=0$ أي: $x_{max}=\frac{C_0.V}{2}$ وبالتالي: $x_{1/2}=\frac{C_0.V}{4}$

ليكن $[ClO^-]_{1/2}$ تركيز أيون تحت الكلوريت عند $t=t_{1/2}$ حيث:

$$[ClO^-]_{1/2}=\frac{n(ClO^-)_{1/2}}{V}=\frac{C_0.V-2x_{1/2}}{V}=C_0-2\frac{x_{1/2}}{V}\Rightarrow[ClO^-]_{1/2}=C_0-2\frac{C_0.V}{4V}$$

$$[ClO^-]_{1/2}=\frac{C_0}{2}$$



-استنتاج $t_{1/2}$ مبيانيا بالنسبة لمنحنى θ_2:

لدينا:

$$[ClO^-]_{1/2}=\frac{C_0}{2}=\frac{0,5}{2}=0,25\ mol.L^{-1}$$

باستعمال الشكل 1 أفصول $0,25\ mol.L^{-1}$ هو:

$$t_{1/2}=6\ semaines$$

1-3-السرعة الحجمية للتفاعل عند $t=0$ بالنسبة ل θ_1:

حسب تعريف السرعة الحجمية: $v(t)=\frac{1}{V}.\frac{dx}{dt}$

تعبير السرعة الحجمية بدلالة $[ClO^-]$:

$$[ClO^-]=\frac{C_0.V-2x}{V}\Rightarrow C_0.V-2x=[ClO^-].V\ \Rightarrow 2x=C_0.V-[ClO^-].V$$

$$x=\frac{V}{2}(C_0-[ClO^-])\ \Rightarrow\frac{dx}{dt}=-\frac{V}{2}.\frac{d[ClO^-]}{dt}$$

نعوض في السرعة الحجمية:

$$v(t)=\frac{1}{V}.\left(-\frac{V}{2}.\frac{d[ClO^-]}{dt}\right)=-\frac{1}{2}.\frac{d[ClO^-]}{dt}$$

$$v(0)=-\frac{1}{2}.\left(\frac{\Delta[ClO^-]}{\Delta t}\right)_{t=0}=-\frac{1}{2}\times\left(\frac{0,5-0}{0-12}\right)\Rightarrow v(0)=2,1.10^{-2}\ mol.L^{-1}.semaine^{-1}$$

4-1-مقارنة θ_1 و θ_2 مع التعليل:

باستعمال الشكل 3 نلاحظ ان $t_{1/2\,(\theta_1)} = 8,3\ semaines$ في حين $t_{1/2\,(\theta_2)} = 6\ semaines$ وبالتالي: $t_{1/2(\theta_1)} > t_{1/2(\theta_2)}$ أي ان التفاعل الذي انجز عند θ_1 أسرع من الذي انجز عند θ_2 ، بما ان الرفع درجة الحرارة يؤدي إلى تسريع التفاعل، فإن $\theta_1 > \theta_2$.

2-دراسة بعض المحاليل المائية التي تتدخل فيها المزدوجة : $HClO_{(aq)}/ClO^-_{(aq)}$

1-2-معادلة التفاعل بين حمض تحت الكلورو والماء:

$$HClO_{(aq)} + H_2O_{(l)} \rightleftarrows ClO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$$

2-2-تعبير التركيز المولي C بدلالة pH و K_A :

تعبير ثابتة الحمضية K_A:
$$K_A = \frac{[ClO^-]_{éq}.[H_3O^+]_{éq}}{[HClO]_{éq}}$$

حسب الجدول الوصفي:

معادلة التفاعل		$HClO_{(aq)}$	$+\ H_2O_{(l)}$	$\rightleftarrows\ ClO^-_{(aq)}$	$+\ H_3O^+_{(aq)}$
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة ب (mol)			
البدئية	0	$C.V$	وفير	0	0
الوسيطية	x	$C.V - x$	وفير	x	x
النهائية	x_f	$C.V - x_f$	وفير	x_f	x_f

$$\begin{cases} [ClO^-]_{éq} = [H_3O^+]_{éq} = \dfrac{x_f}{V} = 10^{-pH} \\ [HClO]_{éq} = \dfrac{C.V - x_f}{V} = C - \dfrac{x_f}{V} = C - 10^{-pH} \end{cases}$$

$$K_A = \frac{[H_3O^+]_{éq}^{\ 2}}{[HClO]_{éq}} = \frac{(10^{-pH})^2}{C - 10^{-pH}} = \frac{10^{-2pH}}{C - 10^{-pH}}$$

$$C - 10^{-pH} = \frac{10^{-2pH}}{K_A} \Rightarrow C = \frac{10^{-2pH}}{K_A} - 10^{-pH} \Rightarrow C = 10^{-pH}\left(\frac{10^{-pH}}{K_A} - 1\right)$$

حساب C:
$$C = 10^{-5,5}\left(\frac{10^{-5,5}}{5.10^{-8}} - 1\right) \Rightarrow C = 2.10^{-4}\ \ mol.L^{-1}$$

3-2-إثبات العلاقة $\alpha(ClO^-) = \frac{K_A}{K_A+10^{-pH}}$:

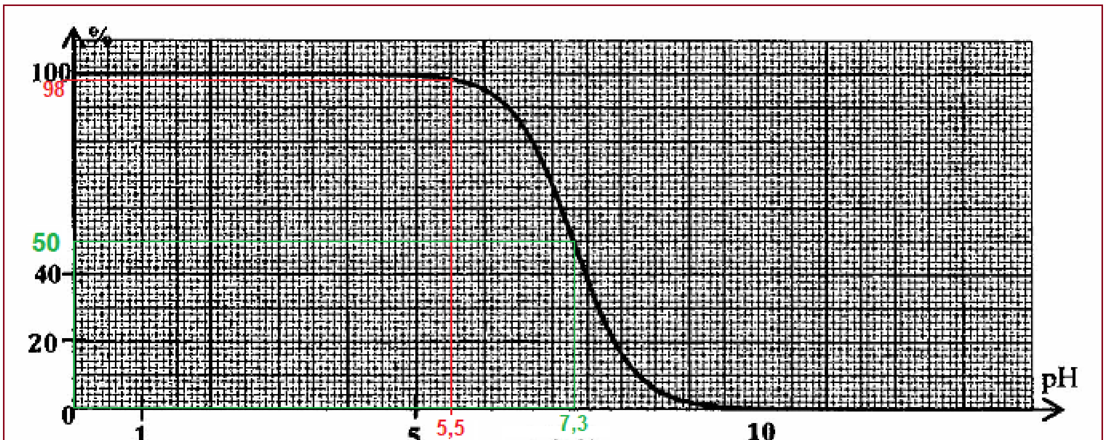
لدينا:
$$\alpha(ClO^-) = \frac{[ClO^-]_{éq}}{[ClO^-]_{éq}+[HClO]_{éq}} \quad \text{أي:} \quad \alpha(ClO^-) = \frac{1}{1+\frac{[HClO]_{éq}}{[ClO^-]_{éq}}}$$

و
$$K_A = \frac{[ClO^-]_{éq}.[H_3O^+]_{éq}}{[HClO]_{éq}}$$

أي:
$$\frac{[ClO^-]_{éq}}{[HClO]_{éq}} = \frac{K_A}{[H_3O^+]_{éq}} \Rightarrow \frac{[ClO^-]_{éq}}{[HClO]_{éq}} = \frac{K_A}{10^{-pH}} \Rightarrow \frac{[HClO]_{éq}}{[ClO^-]_{éq}} = \frac{10^{-pH}}{K_A}$$

$$\alpha(ClO^-) = \frac{1}{1+\frac{10^{-pH}}{K_A}} \Rightarrow \alpha(ClO^-) = \frac{K_A}{K_A + 10^{-pH}}$$

1-4-2-إقران منحنى الشكل 2 بالنوع الحمضي او القاعدي:



الشكل 2

يمثل المنحنى تطور نسبة النوع الحمضي $HClO$ بدلالة pH.

2-4-2-النوع المهيمن الحمضي او القاعدي: (أنظر الشكل أعلاه)

حسب قيمة pH وباستعمال منحنى الشكل 2 نجد 98 % من النوع الحمض في المحلول (S)، إذن النوع المهيمن هو النوع الحمضي $HClO$.

1-5-2-تحديد قيمة K ثابتة التوازن لتفاعل المعايرة:

$$HClO_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \longrightarrow ClO^-_{(aq)} + H_2O_{(l)}$$

$$K = \frac{[ClO^-]_{éq}}{[HClO]_{éq}.[HO^-]_{éq}} \cdot \frac{[H_3O^+]_{éq}}{[H_3O^+]_{éq}} \Rightarrow K = \frac{K_A}{K_e}$$

ت.ع:
$$K = \frac{5.10^{-8}}{10^{-14}} \Rightarrow K = 5.10^6$$

2-5-2-حساب قيمة النسبة $\frac{[HClO]_{éq}}{[ClO^-]_{éq}}$:

بالاعتماد على الشكل 2 نجد عند $pH = 7,3$ القيمة: $\alpha(HClO) = 50\%$

نستنتج ان نسبة كلا من النوعين الحمضي والقاعدي متساويين في الخليط ، أي $\frac{[HClO]_{éq}}{[ClO^-]_{éq}} = 1$

-طريقة أخرى:

$$\frac{[HClO]_{éq}}{[ClO^-]_{éq}} = \frac{10^{-pH}}{K_A} \Rightarrow \frac{[HClO]_{éq}}{[ClO^-]_{éq}} = \frac{10^{7,3}}{5.10^{-8}} \Rightarrow \frac{[HClO]_{éq}}{[ClO^-]_{éq}} \approx 1$$

الجزء الثاني: المركم فضة-حديد

1-كتابة المعادلة الحصيلة للتفاعل التلقائي:

*عند الكاثود يحدث اختزال ايونات الفضة: $Ag^+_{(aq)} + e^- \rightleftarrows Ag_{(s)}$

*عند الأنود يحدث أكسدة فلز الحديد: $Fe_{(s)} \rightleftarrows Fe^{2+}_{(ag)} + 2e^{-}$

*المعادلة الحصيلة: $2Ag^{+}_{(ag)} + Fe_{(s)} \rightleftarrows 2Ag_{(s)} + Fe^{2+}_{(ag)}$

2-إثبات ان تركيز Ag^{+} يكتب: $[Ag^{+}_{(aq)}]_t = 0,2 - 1,55.10^{-5}.t$

حسب الجدول الوصفي:

معادلة التفاعل	$2Ag^{+}_{(ag)}$ +	$Fe_{(s)}$ ⇄	$2Ag_{(s)}$ +	$Fe^{2+}_{(ag)}$	كمية مادة e^{-} المتبادلة
كمية المادة عند $t=0$	$C_2.V_2$	وفير	وفير	$C_1.V_1$	$n(e^{-})=0$
كمية المادة عند t	$C_2.V_2 - 2x$	وفير	وفير	$C_1.V_1 + x$	$n(e^{-})=2x$
كمية المادة عند $t=t_d$	$C_2.V_2 - 2x_{max}$	وفير	وفير	$C_1.V_1 + x_{max}$	$n(e^{-})=2x_{max}$

$$Q = n(e^{-}).F = I.t \Rightarrow n(e^{-}) = \frac{I.t}{F} \Rightarrow x = \frac{I.t}{2F}$$

$$n_t(Ag^{+}_{(aq)}) = C_2.V_2 - 2x \Rightarrow [Ag^{+}_{(aq)}]_t = \frac{C_2.V_2 - 2x}{V_2} = C_2 - \frac{2x}{V_2}$$

$$[Ag^{+}_{(aq)}]_t = C_2 - \frac{2I}{2F.V_2}.t$$

ت.ع:

$$[Ag^{+}_{(aq)}]_t = 0,2 - \frac{2\times0,15}{2\times9,65.10^{4}\times0,1}.t$$

$$[Ag^{+}_{(aq)}]_t = 0,2 - 1,55.10^{-5}.t$$

3-تحديد المدة t_d لاشتغال المركم:

بما ان فلز الحديد يوجد بإفراط، فإن المتفاعل المحد هو Ag^{+} نكتب: $[Ag^{+}_{(aq)}]_{t_d} = 0$

$$0,2 - 1,55.10^{-5}.t_d = 0 \Rightarrow t_d = \frac{0,2}{1,55.10^{-5}} \Rightarrow t_d = 1,29.10^{4}\ s$$

التركيز النهائي ل Fe^{2+} في المحلول:

من خلال الجدول الوصفي لدينا:

$$n_{t_d}(Fe^{2+}_{(aq)}) = C_1.V_1 + x_{max} \Rightarrow [Fe^{2+}_{(aq)}]_{t_d} = \frac{C_1.V_1 + x_{max}}{V_1} = C_1 + \frac{x_{max}}{V_1} = C_1 + \frac{I.t_d}{2F.V_1}$$

$$[Fe^{2+}_{(aq)}]_{t_d} = 0,2 + \frac{0,15\times1,29.10^{4}}{2\times9,65.10^{4}\times0,1} \Longrightarrow [Fe^{2+}_{(aq)}]_{t_d} = 0,3\ mol.L^{-1}$$

الفيزياء

موجات فوق صوتية

1-تحديد سرعة موجة فوق صوتية في الهواء

1-1-تعريف طول الموجة:

هي المسافة التي تقطعها الموجة خلال دور زمني.

2-1-اختيار الجواب الصحيح:

ب-الموجات فوق صوتية موجات ميكانيكية.

3-1-تحديد سرعة الموجة في الهواء:

بما ان المنحنيين على توافق في الطور نكتب: $d = n.\lambda$ أي: $\lambda = \frac{d}{n} = \frac{10{,}2.10^{-2}}{12} = 8,5.10^{-3}\ m$

لدينا: $V = \lambda.N$ ومنه: $V = \frac{d}{n}.N$

ت.ع: $V = \frac{10{,}2.10^{-2}}{12} \times 40.10^{3} \Longrightarrow V = 340\ m.s^{-1}$

2-إيجاد ℓ_2 سمك الجنين :

لدينا: $V_c = \frac{2\ell_2}{\Delta t}$ حيث $2\ell_2$ المسافة التي قطعتها الموجة خلال المدة $\Delta t = t_2 - t_1$

$$2\ell_2 = V.\Delta t \Longrightarrow \ell_2 = \frac{V.\Delta t}{2}$$

ت.ع: $\ell_2 = \frac{1540 \times (130-80) \times 10^{-6}}{2} = 0,0385\ m \Longrightarrow \ell_2 = 3,85\ cm$

3-حيود موجة فوق صوتية في الهواء

1-3-مقارنة طول الموجة الواردة بطول الموجة المحيدة:

خلال ظاهرة الحيود تحتفظ الموجة المحيدة بنفس خاصيات الموجة الواردة، أي للموجتين نفس طول الموجة λ.

2-3-المسافة d التي أزيح بها المستقبل :

حسب تعبير الفرق الزاوي: $\theta = \frac{\lambda}{a}$ العلاقة بين الأفصول الزاوي والمنحني: $d = r\theta$ أي: $\theta = \frac{d}{r}$

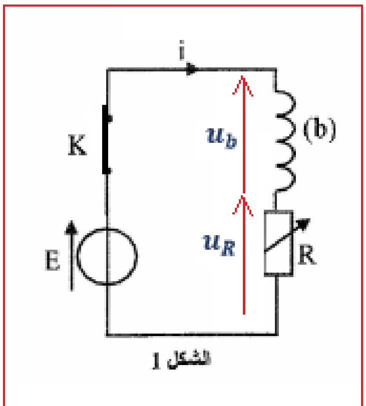
من العلاقتين نحصل على: $\frac{d}{r} = \frac{\lambda}{a}$ أي: $d = \frac{\lambda.r}{a}$ ت.ع: $d = \frac{8{,}5.10^{-3} \times 40.10^{-2}}{2{,}6.10^{-2}} = 0,131m$

$$d = 13,1\ cm$$

الكهرباء

الجزء الأول: ثنائي القطب RL والدارة LC

1-استجابة ثنائي القطب RL لرتبة توتر



الشكل 1

1-1-إثبات المعادلة التفاضلية التي تحققها $i(t)$:

حسب قانون إضافية التوترات: $E = u_b + u_R$

حسب قانون أوم: $u_b = L.\frac{di}{dt} + r.i$ و $u_R = R.i$

$$L.\frac{di}{dt} + r.i + R.i = E \Longrightarrow \frac{di(t)}{dt} + \frac{R+r}{L}.i(t) = \frac{E}{L}$$

2-1-تعبير $i(t)$ بدلالة بارامترات الدارة:

لدينا حل المعادلة التفاضلية: $i(t) = A.e^{-\alpha.t} + B$ وبالتالي: $\frac{di}{dt} = -A.\alpha.e^{-\alpha.t}$

نعوض في المعادلة التفاضلية: $-A.\alpha.e^{-\alpha.t}+\frac{R+r}{L}(A.e^{-\alpha.t}+B)=\frac{E}{L}$

$$A.e^{-\alpha.t}\left(-\alpha+\frac{R+r}{L}\right)+B.\frac{R+r}{L}-\frac{E}{L}=0$$

لكي يكون $i(t)$ حلا للمعادلة التفاضلية مهما كانت قيمة t يجب ان يكون:

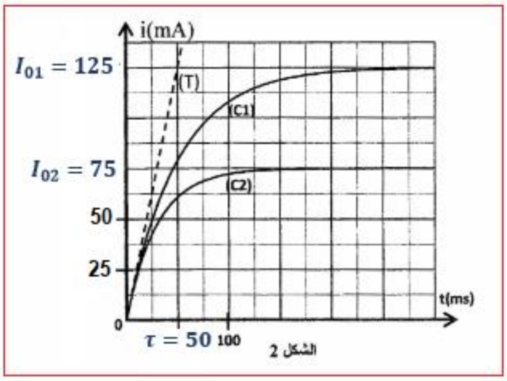
$$\begin{cases}-\alpha+\dfrac{R+r}{L}=0\\ B.\dfrac{R+r}{L}-\dfrac{E}{L}=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\alpha=\dfrac{R+r}{L}\\ B=\dfrac{E}{R+r}\end{cases}$$

الحل يكتب: $i(t)=A.e^{-\frac{R+r}{L}.t}+\frac{E}{R+r}$ حسب الشروط البدئية: $i(0)=0$

$$A.e^0+\frac{E}{R+r}=0\Rightarrow A=-\frac{E}{R+r}$$

نستنتج تعبير الحل: $i(t)=\frac{E}{R+r}(1-e^{-\frac{R+r}{L}.t})$

1-3-1-إيجاد قيمة R_1:



حسب الشكل 2 وفي النظام الدائم لدينا بالنسبة للمنحنى (1):

$I_{01}=125\ mA$ حسب تعبير الحل:

$$I_{01}=\frac{E}{R_1+r}\Rightarrow R_1+r=\frac{E}{I_{01}}\Rightarrow R_1+r=\frac{1,5}{0,125}$$

$$R_1+r=12\Omega$$

بالنسبة للمنحنى (2) نجد: $I_{02}=75\ mA$

$$2R_1+r=\frac{E}{I_{02}}\Rightarrow 2R_1+r=\frac{1,5}{0,075}\Rightarrow 2R_1+r=20\ \Omega$$

$$2R_1+r-(R_1+r)=20-12\Rightarrow R_1=8\ \Omega$$

-إيجاد قيمة r:

لدينا: $R_1+r=12\Omega$ أي: $r=12-R_1$

$$r=12-8\ \Rightarrow r=4\Omega$$

1-3-2-إثبات أن $L=0,6\ H$:

بالنسبة للمنحنى (1)ثابتة الزمن τ هي: $\tau=50\ ms$

لدينا: $\tau=\frac{L}{R_1+r}$ أي: $L=(R_1+r).\tau$ ت.ع: $L=12\times 50.10^{-3}\Rightarrow L=0,6H$

2-دراسة دارة LC

2-1-إثبات ان الطاقة الكلية للدارة ثابتة:

بما ان مقاومة الوشيعة مهملة $(r=0)$، فإن الطاقة الكلية للدارة تنحفظ.

2-2-تحديد السعة C و التوتر U_0:

لدينا:

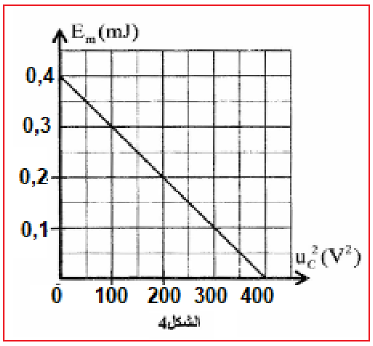
$$u_C(t) = U_0.\cos(2\pi f_0.t + \varphi) \Rightarrow \frac{du_C}{dt} = -2\pi f_0.U_0.\sin(2\pi f_0.t + \varphi)$$

$$E_m = \frac{1}{2}L.i^2 = \frac{1}{2}L.\left(C.\frac{du_C}{dt}\right)^2 = \frac{1}{2}L.C^2[-2\pi f_0.U_0.\sin(2\pi f_0.t + \varphi)]^2$$

$$E_m = \frac{1}{2}L.C^2 4\pi^2 f_0^2.U_0^2.sin^2(2\pi f_0.t + \varphi) = \frac{1}{2}L.C^2\frac{4\pi^2}{4\pi^2 L.C}.U_0^2[1 - cos^2(2\pi f_0.t + \varphi)]$$

$$E_m = \frac{1}{2}C.U_0^2[1 - cos^2(2\pi f_0.t + \varphi)] = \frac{1}{2}C.U_0^2 - \frac{1}{2}C.U_0^2.cos^2(2\pi f_0.t + \varphi)$$

$$E_m = \frac{1}{2}C.U_0^2 - \frac{1}{2}C.u_C^2$$



حسب مبيان الشكل 4 معادلة المنحنى $E_m = f(u_C)$ تكتب: $E_m = a.u_C^2 + b$

$$a = \frac{\Delta E_m}{\Delta u_C^2} = \frac{0,4.10^{-3} - 0}{0 - 400} = -10^{-6}\,J.V^{-2}$$

$$b = 0,4.10^{-3} = 4.10^{-4}\,J$$

$$\begin{cases} E_m = -10^{-6}.u_C^2 + 4.10^{-4} \\ E_m = -\frac{1}{2}C.u_C^2 + \frac{1}{2}C.U_0^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\frac{1}{2}C = -10^{-6} \\ \frac{1}{2}C.U_0^2 = 4.10^{-4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C = 2.10^{-6}C \\ U_0^2 = \frac{2 \times 4.10^{-4}}{2.10^{-6}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C = 2\,\mu F \\ U_0 = 20\,V \end{cases}$$

الجزء الثاني: تضمين الوسع

1-تحديد تردد الموجة الحاملة:

توتر الموجة الحاملة: $u_1(t) = 6.\cos(4.10^5\pi.t)$ وبالتالي: $2\pi F_P = 4.10^5\pi$ ترددها هو:

$$F_P = 2.10^5 Hz \Rightarrow F_P = 200\,kHz$$

2-أختيار الجواب الصحيح:

الوسع القصوي للموجة المضمّنة هو: ب- $4,2\,V$

$$U_{m\,max} = 3(1 + 0,4) \Rightarrow U_{m\,max} = 4,2\,V$$

3-هل تحققت شروط تضمين جيد؟

الشرط الأول: $F_P \geq 10\,f_S$

لدينا: $2\pi f_S = 8.10^3\pi$ أي: $f_S = 4.10^3\,Hz \Rightarrow f_S = 4\,kHz$ ،

*إذن الشرط الأول $F_P = 200\,kHz \geq 10.f_S = 40\,kHz$ تحقق.

الشرط الثاني: $m = \frac{S_m}{U_0} < 1$ أي: $S_m < U_0$

لدينا حسب تعبير $u_S(t)$: $u_S(t) = 3[1 + 0,4.\cos(8.10^3\pi.t)].\cos(4.10^5\pi.t)$

$U_0 = 1V$ و $S_m = 0,4V$ ،

*إذن: الشرط الثاني: $S_m < U_0$ تحقق، نستنتج ان التضمين جيد.

4-تعبير $u_S(t)$ على شكل ثلاث دوال جيبية:

$$u_S(t) = 3[1 + 0,4.\cos(8.10^3\pi.t)].\cos(4.10^5\pi.t)$$

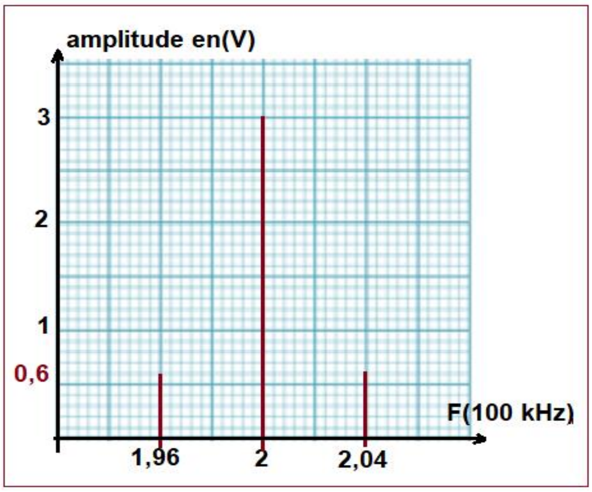
$$u_S(t) = 3.\cos(4.10^5\pi.t) + 0,4.\cos(8.10^3\pi.t).\cos(4.10^5\pi.t)$$

لدينا: $$\cos(a).\cos(b) = \frac{1}{2}[\cos(a+b) + \cos(a-b)]$$

$$u_S(t) = 3.\cos(4.10^5\pi.t) + 1,2 \times \frac{1}{2}\left[\cos\left(\frac{8.10^3 + 4.10^5}{2}\pi.t\right) + \cos\left(\frac{8.10^3 - 4.10^5}{2}\pi.t\right)\right]$$

$$u_S(t) = 3.\cos(4.10^5\pi.t) + 0,6.\cos(4,08.10^5\,\pi.t) + 0,6.\cos(3,92.10^5\pi.t)$$

تمثيل طيف الترددات بالسلم: الوسع: $1\ cm/V$ رأسيا و التردد: $1\ cm\ /0,04.10^2\ kHz$ أفقيا.



5-التحقق ما إذا كانت دارة الانتقاء من استقبال الموجة المضمَّنة السابقة:

لكي تلتقط الدارة LC الموجة يجب ان يتوافق ترددها الخاص مع تردد هذه الموجة أي: $f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L.C}}$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{0,6 \times 2.10^{-6}}} \Longrightarrow f_0 \approx 145,3\ Hz$$

نلاحظ أن: $f_0 < F_P = 2.10^5\ Hz$ إذن لا يمكن لهذه الدارة من التقاط الموجة المضمَّنة.

الميكانيك

الجزء الأول: حركة متزلج

1-المرحلة الأولى: حركة المتزلج على المستوى المائل

1-1-إثبات المعادلة التفاضلية التي تحققها السرعة v ل G تكتب:

$$\frac{d\text{v}}{dt} = \frac{f}{m} + g.sin\alpha - \frac{F}{m}.\cos(\beta - \alpha) = 0$$

المجموعة المدروسة: {المتزلج}

جرد القوى:

$\vec{P}$: وزن المتزلج $\vec{F}$: قوة جر الحبل $\vec{R}$: تأثير السطح مع: $\vec{R} = \vec{R}_N + \vec{R}_T \Longrightarrow \vec{R} = \vec{R}_N + \vec{f}$

نعتبر المعلم $(O;\vec{i}_1;\vec{j}_1)$ المرتبط بمرجع أرضي معلما غاليليا، نطبق القانون الثاني لنيوتن نكتب:

$$\vec{P}+\vec{F}+\vec{R}=m.\vec{a}_G \quad (1)$$

الاسقاط على المحور Ox:

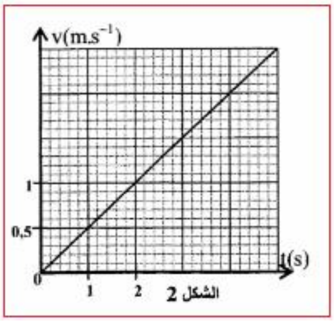
$$P_x+F_x+R_x=m.a_x$$

$$-P.sin\alpha+F.\cos(\beta-\alpha)-f=m.a$$

$$-m.g.sin\alpha+F.\cos(\beta-\alpha)-f=m.\frac{d\,v}{dt}$$

$$\frac{d\,v}{dt}=\frac{f}{m}+g.sin\alpha-\frac{F}{m}.\cos(\beta-\alpha)=0$$

1-2-1-التحديد المبياني لقيمة التسارع a:



يمثل مبيان الشكل 2 دالة خطية معادلتها تكتب: $v=a.t$ حيث معاملها الموجه هو:

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{0,5-0}{1-0}=0,5\ m.s^{-2}$$

وبالتالي تسارع G هو: $a=0,5\ m.s^{-2}$

1-2-2-تحديد F:

حسب العلاقة: $-P.sin\alpha+F.\cos(\beta-\alpha)-f=m.a$ نحصل على تعبير F:

$$F=\frac{m.(a+g.sin\alpha)+f}{\cos(\beta-\alpha)}$$

ت.ع: $F=\frac{60\times(0,5+9,8\times sin23)+80}{\cos(60-23)}\Rightarrow F=425,4\ N$

1-3-تحديد قيمة k:

لدينا: $\|\vec{R}_T\|=k.\|\vec{R}_N\|$ أي: $f=k.R_N$ وبالتالي: $k=\frac{f}{R_N}$

لتحديد R_N نسقط العلاقة (1) على المحور Oy:

$$P_y+F_y+R_y=m.a_y$$

$$-m.g.cos\alpha+Fsin(\beta-\alpha)+R_N=0$$

$$R_N=m.g.cos\alpha-Fsin(\beta-\alpha)$$

نعوض R_N في تعبير k: $k=\frac{f}{m.g.cos\alpha-Fsin(\beta-\alpha)}$

$$k=\frac{80}{60\times 9,0,288\times\cos(23)-425,4\times\sin(60-23)}\Rightarrow k=0,28$$

2-المرحلة الثانية: مرحلة القفز

2-1-إثبات التعبير العددي للمعادلتين الزمنيتين $x(t)$ و $y(t)$:

يخضع المتزلج في هذه المرحلة لوزنه فقط

نعتبر المعلم $(S;\vec{\imath};\vec{\jmath})$ المرتبط بمرجع أرضي معلما غاليليا ونطبق القانون الثاني لنيوتن، نكتب:

$$\vec{P}=m.\vec{a}_G\Rightarrow m.\vec{g}=m.\vec{a}_G\Rightarrow\vec{a}_G=\vec{g}\quad(2)$$

حسب الشروط البدئية:

$$\vec{V}_S \begin{cases} V_{Sx}=V_S.\cos\alpha \\ V_{Sy}=V_S.\sin\alpha \end{cases} \qquad \overrightarrow{SG_0} \begin{cases} x_S = 0 \\ y_S = 0 \end{cases}$$

إسقاط العلاقة (2) على المحورين Sx و Sy:

$$\vec{a}_G \begin{cases} a_x = \dfrac{d\,V_x}{dt} = 0 \\ a_y = \dfrac{d\,V_y}{dt} = -g \end{cases} \xrightarrow{\text{تكامل}} \vec{V}_G \begin{cases} V_x = \dfrac{dx}{dt} = V_{Sx} \\ V_y = -gt + V_{Sy} \end{cases} \Rightarrow \vec{V}_G \begin{cases} V_x = \dfrac{dx}{dt} = V_S.\cos\alpha \\ V_y = \dfrac{dy}{dt} = -gt + V_S.\sin\alpha \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تكامل}} \overrightarrow{SG} \begin{cases} x(t) = V_S.\cos\alpha\, t + x_S \\ y(t) = -\dfrac{1}{2} g\, t^2 + V_S.\sin\alpha\, t + y_S \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{SG} \begin{cases} x(t) = V_S.\cos\alpha\, t \\ y(t) = -\dfrac{1}{2} g.t^2 + V_S.\sin\alpha\, t \end{cases} \Rightarrow$$

ت.ع:

$$x(t) = 10 \times \cos(23°) \Rightarrow x(t) = 9,2\, t$$

$$y(t) = -\frac{1}{2} \times 9,8\, t^2 + 10 \times \sin(23°)\, t \Rightarrow y(t) = -4,9\, t^2 + 3,9\, t$$

2-2-استنتاج معادلة المسار:

$$x = 9,2\, t \Rightarrow t = \frac{x}{9,2}$$

$$y = -4,9 \left(\frac{x}{9,2}\right)^2 + 3,9 \left(\frac{x}{9,2}\right) \Rightarrow y = -5,8.10^{-2}\, x^2 + 0,42\, x$$

2-3- إيجاد المسافة SB للقفز:

إحداثيات النقطة B هما: (3) $x_B = SB.\cos\theta$ و $y_B = -SB.\sin\theta$

أي: $\dfrac{y_B}{x_B} = \dfrac{-SB.\sin\theta}{SB.\cos\theta} = -\tan\theta \quad (4)$

معادلة المسار تكتب: $y_B = -5,8.10^{-2}\, x_B^2 + 0,42\, x_B$ أي:

$$y_B = x_B(-5,8.10^{-2}\, x_B + 0,42) \Rightarrow \frac{y_B}{x_B} = -5,8.10^{-2}\, x_B + 0,42$$

باستعمال العلاقة (4) ثم العلاقة (3) نكتب:

$$-5,8.10^{-2}\, x_B + 0,42 = -\tan\theta \quad \Rightarrow \quad 5,8.10^{-2}.SB.\cos\theta - 0,42 = \tan\theta$$

$$SB = \frac{\tan\theta + 0,42}{5,8.10^{-2}\cos\theta}$$

ت.ع: $SB = \dfrac{\tan(45°)+0,42}{5,8.10^{-2}\cos(45°)} \Rightarrow SB = 34,6\, m$

الجزء الثاني: حركة نواس بسيط

1-1-تعبير طاقة الوضع الثقالية للنواس بدلالة m و θ و ℓ و g:

حسب تعريف طاقة الوضع الثقالية: $E_{pp}(z) = m.g.z + cte$

باختيار المستوى الأفقي المار من S مرجعا لطاقة الوضع الثقالية نكتب: $E_{pp}(0) = 0$

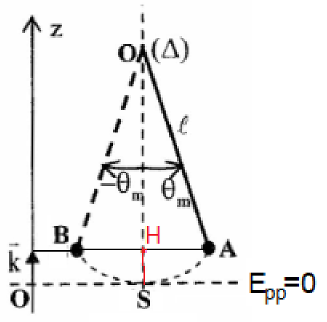
أي: $cte = 0$

لدينا: $z = \ell - \ell.cos\theta = \ell(1 - cos\theta)$ وبالتالي: $E_{pp} = m.g.\ell(1 - cos\theta)$

بما أن: $\theta_m = 8° < 15°$ فإن وسع التذبذبات صغير نأخذ: $cos\theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$

تعبير E_{pp} يصبح: $E_{pp} = m.g.\ell\left[1 - \left(1 - \frac{\theta^2}{2}\right)\right] \Rightarrow E_{pp} = \frac{1}{2}m.g.\ell.\theta^2$

1-2-تحديد الطاقة الميكانيكية E_m للنواس:



الشكل 3

حسب تعريف الطاقة الميكانيكية:

$$E_m = E_C + E_{PP} \Rightarrow E_m = \frac{1}{2}J_\Delta.\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}m.g.\ell.\theta^2$$

$$E_m = \frac{1}{2}m.\ell^2.\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}m.g.\ell.\theta^2$$

عند النقطة A لدينا: $\theta = \theta_m$ و $\dot{\theta} = 0$ الطاقة الميكانيكية تكتب:

$$E_m = \frac{1}{2}m.g.\ell.{\theta_m}^2$$

ت.ع: $E_m = \frac{1}{2} \times 20.10^{-3} \times 9,81 \times 24,8.10^{-2} \times \left(8° \times \frac{\pi}{180°}\right)^2 \Rightarrow E_m = 4,74.10^{-4}\,J$

1-3-المعادلة التفاضلية التي يحققها الأفصول الزاوي $\theta(t)$:

بإهمال الاحتكاكات، فإن الطاقة الميكانيكية تبقى ثابتة $E_m = cte$ أي: $\frac{dE_m}{dt} = 0$

$$E_m = E_C + E_{PP} \Rightarrow \frac{dE_m}{dt} = \frac{dE_C}{dt} + \frac{dE_{PP}}{dt} \Rightarrow \frac{1}{2}m.\ell^2.\frac{d\dot{\theta}^2}{dt} + \frac{1}{2}m.g.\ell.\frac{d\theta^2}{dt} = 0$$

$$\frac{1}{2}m.\ell^2.2\dot{\theta}.\ddot{\theta} + \frac{1}{2}m.g.\ell.2\theta.\dot{\theta} = 0 \Rightarrow m.\ell^2.\dot{\theta}\left(\ddot{\theta} + \frac{g}{\ell}.\theta\right) = 0$$

بما أن: $m.\ell^2.\dot{\theta} \neq 0$ فإن المعادلة التفاضلية تكتب:

$$\ddot{\theta}(t) + \frac{g}{\ell}.\theta(t) = 0$$

2-1-تعبير الدور الخاص:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

-التحقق من بعد الدور الزمني للدور الخاص:

باستعمال معادلة الابعاد: $[T_0] = \left(\frac{[\ell]}{[g]}\right)^{\frac{1}{2}}$

$$\begin{cases}[\ell] = L \\ [g] = L.T^{-2}\end{cases} \Rightarrow [T_0] = \left(\frac{L}{L.T^{-2}}\right)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow [T_0] = (T^2)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow [T_0] = T$$

نستنتج أن للدور الخاص بعدا زمنيا.

2-2-حساب T_0:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{24,8.10^{-2}}{9,81}} = 0,999\ s \Longrightarrow T_0 \approx 1s$$

-استنتاج عدد الإشارات الصوتية n المرسلة خلال المدة Δt:

المدة الزمنية للنواس خلال انتقاله من A إلى B هي نصف دور أي: $t' = \frac{T_0}{2} = 0,5\ s$

لدينا: $\Delta t = nt'$ أي: $n = \frac{\Delta t}{t'}$ $\leftarrow$ $n = \frac{10,25}{0,5} \Longrightarrow n = 20,5$

3- إثبات ان تعبير السرعة الزاوية هو: $\dot{\theta}(t) = \pm\dot{\theta}_S\sqrt{1-\left(\frac{\theta}{\theta_m}\right)^2}$

تعبير E_m هو: $E_m = \frac{1}{2}m.\ell^2.\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}m.g.\ell.\theta^2$

عند النقطة S نكتب: $\theta = 0$ والسرعة الزاوية تكون قصوية $\dot{\theta} = \dot{\theta}_S$ ، الطاقة الميكانيكية تكتب:

$$E_m = \frac{1}{2}m.\ell^2.\dot{\theta}_S^2 \Longrightarrow \frac{1}{2}m.\ell^2.\dot{\theta}_S^2 = \frac{1}{2}m.\ell^2.\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}m.g.\ell.\theta^2$$

$$\dot{\theta}_S^2 = \dot{\theta}^2 + \frac{g}{\ell}.\theta^2 \Longrightarrow \dot{\theta}^2 = \dot{\theta}_S^2 - \frac{g}{\ell}.\theta^2 \Longrightarrow \dot{\theta} = \pm\sqrt{\dot{\theta}_S^2 - \frac{g}{\ell}.\theta^2}$$

$$\dot{\theta} = \pm\dot{\theta}_S\sqrt{1 - \frac{g}{\ell}.\frac{\theta^2}{\dot{\theta}_S^2}}$$

حسب انحفاظ E_m:

$$\begin{cases} E_m = \frac{1}{2}m.g.\ell.{\theta_m}^2 \\ E_m = \frac{1}{2}m.\ell^2.\dot{\theta}_S^2 \end{cases} \Longrightarrow \frac{1}{2}m.g.\ell.{\theta_m}^2 = \frac{1}{2}m.\ell^2.\dot{\theta}_S^2 \Longrightarrow \frac{g}{\ell} = \frac{\dot{\theta}_S^2}{{\theta_m}^2}$$

$$\dot{\theta} = \pm\dot{\theta}_S\sqrt{1 - \frac{\dot{\theta}_S^2}{{\theta_m}^2}.\frac{\theta^2}{\dot{\theta}_S^2}} \Longrightarrow \dot{\theta} = \pm\dot{\theta}_S\sqrt{1 - \frac{\theta^2}{{\theta_m}^2}}$$

نستنتج:

$$\dot{\theta} = \pm\dot{\theta}_S\sqrt{1-\left(\frac{\theta}{\theta_m}\right)^2}$$