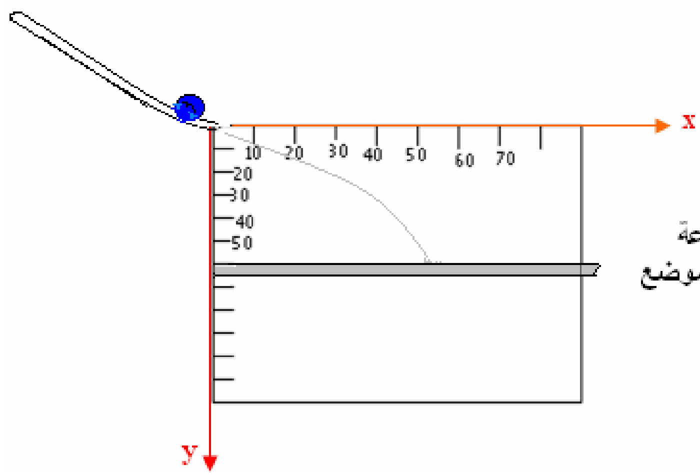
حركة قذيفة في مجال الثقالة

I الدراسة التجريبية لحركة قذيفة في مجال الثقالة:

في حالة عدم وجود برنام دينامكيك ومسلات فيديو $(védio - projecteur)$

يمكن توظيف التركيب التالي:

نستعمل جهاز دراسة حركة قذيفة ولوازمه (ميقت إلكتروني، ورق التسجيل : كرة فولاذية ، مولد للتيار الكهربائي المستمر ، قاطع التيار ، خلية كهرضوئية).



تتدحرج الكرية الفولاذية طول سكة خاصة وتتغادرها بسرعة بدئية أفقية، فتسقط على صفيحة أفقية حيث يمكن تسجيل موضع سقوطها.

بتغيير موضع الصفيحة الأفقية ، يمكن إنشاء مسار الكرية فنحصل على منحنى على شكل شلجم .

II الدراسة النظرية لحركة قذيفة في مجال الثقالة:

1) اختيار معلم الفضاء والشروط البدئية:

تنطلق قذيفة كتلتها m من نقطة o بسرعة بدئية متجهتها $\vec{v}_o$ في اللحظة $t = o$. لدراسة حركتها نعتبر معلما ممنظما ومتعامدا $(o, \vec{i}, \vec{j})$ مرتبطا بالمختبر ، نعتبره غاليليا (لأن مدة حركة القذيفة جد قصيرة).

متجهة سرعة القذيفة عند اللحظة $t = 0$ تكون مع المحور الأفقي زاوية α.

2) دراسة حركة القذيفة:

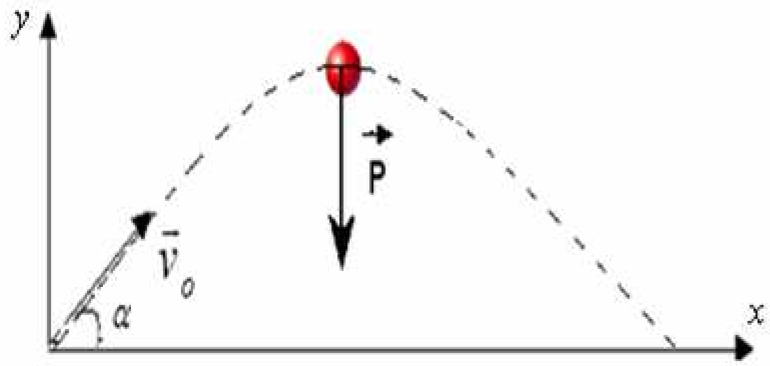
أ) تطبيق القانون الثاني لنيوتن:

*** المجموعة المدروسة{ القذيفة}**

***اختيار المعلم المناسب : (o, x, y) نعتبره غاليليا. لأن حركة القذيفة مستوية(تتم في المستوى الذي يضم $\overrightarrow{ox}$ و $\overrightarrow{oy}$)**

*** جرد القوى : الكرية تخضع لوزنها $\vec{P}$ فقط. (تأثير الهواء مهمل أمام تأثير وزن الكرية)**

$$\vec{v}_o \begin{vmatrix} v_{ox} = v_o \cos\alpha \\ v_{oy} = v_o \cos\alpha \end{vmatrix}$$



*** تطبيق القانون الثاني لنيوتن:** $\Sigma\vec{F} = m\vec{a}_G \quad \Leftarrow \quad \vec{P} = m.\vec{a}_G \quad$ **(1)**

ب) المعادلات الزمنية للحركة:

***اسقاط العلاقة المعبرة عن القانون الثاني لنيوتن في المعلم** (o, x, y)

- إسقاط العلاقة (1)على المحور ox : $0 = m.a_x \quad \Leftarrow \quad a_x = 0$

إذن : $\frac{dv_x}{dt} = 0 \Leftarrow \quad v_x = C^{te}$ **ومن خلال الشروط البدئية ، عند اللحظة $t = 0$ لدينا :** $v_{0x} = v_o \cos\alpha$

ب) المعادلات الزمنية للحركة:

*إسقاط العلاقة المعبرة عن القانون الثاني لنيوتن في المعلم (o, x, y)

- إسقاط العلاقة (1) على المحور ox: $0 = m.a_x \Leftarrow a_x = 0$

إذن: $\frac{dv_x}{dt} = 0 \Leftarrow v_x = C^{te}$ ومن خلال الشروط البدئية، عند اللحظة $t = 0$ لدينا: $v_{0x} = v_o \cos\alpha$

إذن: $v_x = v_o \cos\alpha$ ومنه : $\frac{dx}{dt} = v_o \cos\alpha \Leftarrow$ الدالة التي مشتقتها تساوي $v_o \cos\alpha$ هي: $x = (v_o \cos\alpha).t + C^{te}$

ومن خلال الشروط البدئية، لدينا عند اللحظة $t = o$: $x = o \Leftarrow C^{te} = o$ وبالتالي:

$$\boxed{x = (v_o \cos\alpha).t}$$

و هي المعادلة الزمنية للحركة حسب المحور ox.

- إسقاط العلاقة (1) على المحور oy: $-P = m.a_y \Leftarrow -m.g = m.a_y \Leftarrow a_y = -g$

إذن: $\frac{dv_y}{dt} = -g \Leftarrow$ الدالة التي مشتقتها تساوي $-g$ هي : $v_y = -gt + C^{te}$

ومن خلال الشروط البدئية ، عند اللحظة $t = 0$ لدينا: $v_{0y} = v_o \sin\alpha \Leftarrow C^{te} = v_o \sin\alpha$

وبالتالي: $v_y = -g.t + v_o \sin\alpha$ وبما أن $v_y = \frac{dy}{dt}$ فإن: $\frac{dy}{dt} = -gt + v_o \sin\alpha$

والدالة التي مشتقتها تساوي : $-gt + v_o \sin\alpha$ هي: $y = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_o.\sin\alpha).t + C^{te}$

ومن خلال الشروط البدئية ، لدينا: $y = o$ عند اللحظة $t = o \Leftarrow C^{te} = 0$

ونحصل على المعادلة الزمنية لحركة القذيفة (حسب المحور oy) :

$$\boxed{y = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_o.\sin\alpha).t}$$

وبذلك نحصل على إحداثيتي مركز قصور القذيفة في المعلم (o, x, y):

$$\boxed{\overrightarrow{OG} = \begin{cases} x = (v_o \cos\alpha).t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_o \sin\alpha)t \end{cases} \quad \text{و إحداثيتي متجهة السرعة:} \quad \vec{v}_G = \begin{cases} v_x = v_o \cos\alpha \\ v_y = -gt + v_o \sin\alpha \end{cases}}$$

ج) معادلة المسار:

*معادلة المسار:

نحصل على معادلة مسار القذيفة بإقصاء المتغيرة t بين x و y.

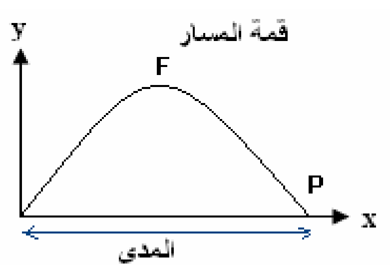
من خلال x نستخرج : $t = \frac{x}{v_o \cos\alpha}$ ثم نعوض في y فنحصل على

$$y = -\frac{g}{2v_o^2 \cos^2\alpha}.x^2 + x.tg\alpha$$

وهي معادلة جزء من شلجم.

* بعض مميزات المسار:

- قمة المسار: هي أعلى نقطة يصل إليها مركز قصور القذيفة.



عند القمة F تكون مركبة السرعة حسب المحور الرأسي y منعدمة ، $v_y = 0$ أي: $-g.t + v_o \sin\alpha = 0$ ومنه :

مدة سقوط القذيفة: $t = \frac{v_o \sin\alpha}{g}$ وهكذا نحصل على إحداثيتي النقطة F : $x_F = \frac{v_o^2 \sin 2\alpha}{2g}$ و $y_F = \frac{v_o^2.\sin^2\alpha}{2g}$

ملحوظة: أقصى قيمة لقمة المسار توافق $\alpha = \frac{\pi}{2}$ وهو ما يوافق إرسال القذيفة رأسيا نحو الأعلى.

-المدى:

المدى هو المسافة بين نقطة انطلاق القذيفة ونقطة سقوطها على المستوى الأفقي أي المسافة OP . لنحدد إحداثيتي نقطة سقوط القذيفة:

عند النقطة P : $y_P = 0$ $\Leftarrow$ $-\frac{g}{2{v_o}^2\cos^2\alpha}.x^2 + x.tg\alpha = 0$ $\Leftarrow$ إما $x_P = 0$ وهو موضع انطلاق القذيفة

أو : $x_P = \frac{{v_o}^2.\sin 2\alpha}{g}$

ملحوظة:

أقصى مدى يوافق : $\sin 2\alpha = 1$ $\Leftarrow$ $2\alpha = \frac{\pi}{2}$ $\Leftarrow$ $\alpha = \frac{\pi}{4}$